

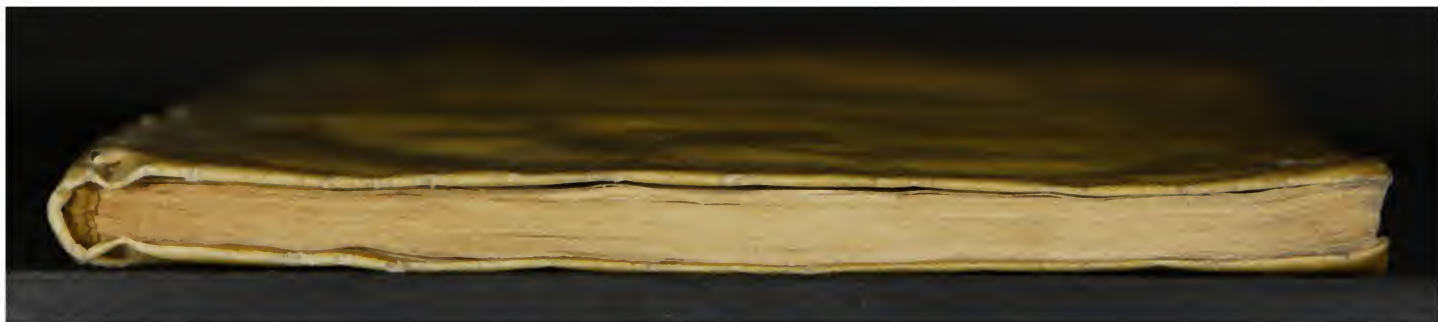


Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di
Firenze.
CFMAGL. 1.6.358





Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di
Firenze.
CFMAGL. 1.6.358



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di
Firenze.
CFMAGL. 1.6.358



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di
Firenze.
CFMAGL. 1.6.358

1 K.6.358

XI

VIET VIET

CONTINUA

DEI

...

...

...

...



...

...

...

...

FRANCISCI
VIETAE
FONTENAEENSIS,
DE ÆQVATIONVM
RECOGNITIONE
ET
EMENDATIONE
TRACTATVS DVO.

*Quibus nihil in hoc Genere simile aut secundum,
huic auctori hactenus visum.*



PARISIIS,

Ex Typographia IOANNIS LAQVEHAY, in Monte
D. Hilarij, in Area Albretia.

CLIO LCC XV.
CVM PRIVILEGIO REGIS.

VITAE

FORNICATION

DE VITIIS

ET VITIIS

IN VITIIS



LIBRARY OF THE
BIBLIOTECA NAZIONALE CENTRALE DI
FIRENZE



ILLVSTRISSIMO
AC GENEROSISSIMO
VIRO DOMINO SVO,
D. APOLLINI D'ALBRET
BARONI DE MYOSANS, ETC.

RÆCLARVM quidem & egregium,
(VIR ILLVST.) maiorum virtute
& gloria, longa iam annorum serie
repetitâ splendescere: speciosum, Re-
gia stirpe, quâ inter mortales altius
ire non datur, nobilem se gloriari: sed qui te, quum
omni virtute decorum, tum purioris eruditionis
cultura insignem, & genere, quâ nobilissimis Euro-
pæ

ã ij

pa familijs non cedit gens Albretia, & ampliore patrimonio, uberioreque censu, liberaliori sorte vobis concessis, exutum, alijsque nudatum fortuna mendacijs, penitus introspexerit, non tam alienis hisce, quam tuis, insitisque ac propriis bonis, nobilem te iudicarit: & magnos illos auorum tuorum Manes, qui inter primos Christiani nominis proceres virtute & fortuna pari claruere, digna te reputarit prole beatos; quorum bene prelaréque gesta, aeternam suo seculo peperere memoriam. Quantum semper fuerit maiorum tuorum splendor & gloria, testantur etiam hodie Illustrissimi & Maximi nominis in hoc Potentissimo Galliarum regno familia, que insigniores Nobilitatis suae notas ex contracta vobiscum affinitate, repetunt. nec angustis solum Patriae finibus inclusum familiae vestrae genus inclytum, sed qua patuit orbis Christianus, in supremos Principes & Dynastas potentissimos, longè latèque propagatum. qui plenioris fidei historias recolunt, Constantinopolitanos, Germanosque Imperatores, Franciae, Scotiae, Angliae, Hispaniae, Cypri, Hierosolymarum, Hungariae, Armeniae, Siciliae, Bohemiae Reges, Apuliae, Antiochieque Principes, aliosque quos genus, & altos euexit ad sidera virtus, quorumque nominibus nulla penè vacat pagina, Affinitate vobiscum iungi emulâ contentione expetuisse recognoscunt. Sed ne vetera longius accersamus, multo iam clarior Albretiorum

propago, (cuius nomen gentilitium, omenque Augu-
stum, familia vestra adhuc superstes.) Immortalitate
dignissimi, & incomparabilis Herois Henrici Ma-
gni eius nominis quarti, Galliarum & Nauarra Re-
gis Christianissimi rebus gestis, & admirandâ virtu-
te, toti terrarum orbi innotuit: qui Caroli Albretij,
Gallicanæ militiæ Tribuni (Connestabilis patrio idio-
mate) & Ducis Alani cognomento Magni stirpe
oriundus, pari secum indidem abes gradu: quum
Alanus Ioannem Nauarra Regem, filium maio-
rem, Henrici Magni ex matre, & Stephanum mi-
norem, vestrum (VIR NOBILISS.) ex patre proa-
uum, fratres genuerit. Magna quidem sunt hæc ge-
neris vestri & superba nomina, quibus non minor
ex eo quoque accedit gloriæ cumulus, quod super alios
Principes prædicandum, semper Fælicem & Augu-
stum Henricum Magnum, ita ab incunabilis insti-
tuerit & educarit Illustrissimus & pie memorie auus
tuus, ut rerum humarum Arbiter, adeoque orbi
vniuerso regendo, omnium qui hætenus extitere di-
gnissimus, vnanimi hominum & nationum consen-
su sit habitus. quis nominis Albretij omen fælix fau-
stumque in hoc principe non veneretur, qui inter
arma & militares tumultus, ab Illustrissimi nomi-
nis & fælicissimæ memorie auo tuo, ita est educa-
tus, ut non minus pacis artibus, rebus sua virtute
compositis, quam armis & militari gloria, intestinis

odijs adhuc miserè diuexatâ hac republica, alios
Principes antecelleret. quoties Vindicem & Conserua-
torem suum agnosceret Gallia Henricum Magnum,
toties Illustriss. nominis & pia memoriae auo tuo ob-
strictam se predicabit, qui tantarum virtutum capa-
cem animum, ita à vitiorum fece (in quæ propendet
semper humanum ingenium) expurgauit, ut optimi
principis & fortissimi ducis nomina, sibi propria
vindicaret: nec certe exiguus hic ad virtutem aditus,
nobili stirpe procreari, & ima ac sordida plebe iam
inde ab ortu eximi: nam ut educationem liberalio-
rem taceam, indoles etiam generosior & magnitudo
animi, claro ortis sanguine statim se prodit, cuius
quidem (tum singularis eruditionis, qua non so-
lum in re Mathematica, sed & vniuersa Philo-
sophia, tum Latina, Graeca, Hebraeaeque literatu-
ra, gentem etiam ipsam excellis togatam) vel hic
indivisa non obscurum dedisti, quum subtilissimi viri
Francisci Vietæ opus hoc de Recognitione et Emen-
datione Aëquationum, veteribus quidem ut minus
cognitum, ita posteris semper admirandum, nescio
quo fato, iam quatuordecim annos ab Autoris obi-
tu tenebris damnatum, statim ut auditum tibi est
paucorum vsui, in occulto detineri, quicquid ad id
emittendum impendij postularetur, liberaliter offeren-
do, omnes sanctioris huius scientiae studiosos, hoc be-
neficio tibi obstrictos voluisti. quare Apollinem iam

nostrum (quo te insignitum nomine,

Haud equidem sine mente reor, sine Numine Diuum.)

*Jure merito agnoscimus & veneramur; fatoque
quodam perennitatis, hoc humani ingenij ^{καὶ} saecula, secu-
lorum omnium memoria dignissimum, tuis Auspi-
cijs iuris publici factum, acceptum tibi ferimus: &
quas alij huiusmodi artificio insigniores, pro uno
fortassis aut altero problemate, macabant Heca-
tombas, Augusti tui nominis eternitati, & felicissi-
mis Francisci Vietæ Autoris huius artis inuentricis
Manibus, vouemus: hocque grati animi monumen-
tum perpetuum, liberalitati tuae, et eius admiranda
sagacitatis Genio sacrum, in publicum damus.*

*VALE. Lutetiae Parisiorum Prid. Id. Sextiles.
Ann. M. DC. XV.*

Illustriss. Nominis tui

Cultor obseruantissimus,

ALEXANDER ANDERSONVS.



FRANCISCI

VIETAE FONTENAEENSIS

DE RECOGNITIONE AEQUA-
TIONVM TRACTATVS.

*De dignoscenda æquationum constitutione ex Zetesi,
Plasmate, & Syncrifi.*

CAPVT. I.



ENERALEM & generaliter traditam de numerosâ potestatum resolutione doctrinam, informat & perficit tractatus de recognitione æquationum: præparatione enim indigent æquationes sæpe-numerô, antequam fœliciter explicentur: ac præsertim quum potestates de homogeneis magnitudinibus negantur; vel itâ mixtim homogeneæ magnitudines de potestatibus negantur & affirmantur, vt affectiones negatæ adfirmatis præpolleant, ac deinceps quot æquationes fractis numeris, vel Asymmetris exhibentur.

In Geometricis quidem, accidens fractionis vel Asymmetriæ non solet æquationibus officere, quò minus *εὐμηχανῶς* explicetur, sicuti neque vitium negationis: est enim certum semper subiectum sub quo operetur Geometra: at obest *πολυπλοῖα*, & quò elatior est potestas, affectionisque gradus, eo maior se prodit in explicando problemate *ἀρρητοῖς ἢ ἀλογίᾳ*.

Ecquid vero æquationis quæ proposita est agnitâ constitutione

A.

non tentabit Analysta quô saxa & scopulos refugiat ? num gnarus Anatomices inuertet, deprimet, attollet, & vndique operabitur securè, nouâ quum res postulauerit susceptâ Zetesi, sub alio quam qui proponebatur termino, ad propositam tamen habenti datam differentiam vel rationem.

Omnino æquationum origo, & prima constitutio scitu digna est nullâque non solertiâ ab Analysta capescenda & adsequenda, quò sibi pateat ad eam reductionis via.

Aequalitatum constitutio, potissimum deprehenditur, Zetesi, Plasmate, & Syncrifi.

De Zetesi.

CAPVT. II.

Zetesi non instituet temere neque ἀπὸ τοῦ Analysta, quum pura è puris, affecta ex affectis proficisci dicet ratio: & ideo ad deprehendendum æquationum ad potestates puras pertinentium conditionē is ex datis duobus lateribus potestates inquirat:

Ad æquationes adfectarum simpliciter potestatum, inuestigabit ex datâ differentiâ vel summâ laterum, vel suorum graduum, vna cum dato sub iis aut eorum gradibus paribus, vel disparibus factis, alterutrum ex lateribus.

Ad æquationes denique multipliciter adfectarum, affectionem affectioni adiungit, sub diuersis laterum parodicis gradibus.

Aut etiam non se adiget vni questionum formulæ, sed se sub Zeteticis exercebit, sub quocunque efficto vel proposito Themate.

Quæ Geometrico operi aptaturus, recordabitur latera ad extremas lineas rectas in serie continuè proportionalium referri. facta vero sub lateribus aut laterum paribus vel disparibus gradibus, ad aliquarum e mediis potestates.

Et quum incidet in æquationem mechanico suo benè obuiam, de illâ condet Theorema simile, cuiuscunque æqualitatis Systaticum & Exegeticum.

Æquationem æquationi similem regulariter dicimus, quum vtrobique par est Potestas, seu æque alta, ipsaque affecta afficiensue, sub pari gradu, & eadem affectionis nota.

ÆQVATIONVM.

Quod si aliud quiddam præterea requiritur speciale & conditio-³
narium, similitudo Anomala est.

Constitutiva Aequationum Quadraticarum ex Zeteticis.

CAPVT. III.

Affectorum sanè quæ adæquantur quadratorum constitutio,
ex Zeteticis dignoscitur probè: sunt autem Aequationum
huiusmodi tres species: Καταραπική, Αποραπική, Αμφιβολος.

Tribus itaque Theorematis de earum constitutione, Aualysta
ita poterit ratiocinari.

ΚΑΤΑΦΑΤΙΚΗΣ.

THEOREMA. I.

Si A quadratum plus B in A, æquetur Z quadrato: sunt tres
proportionales radices, quarum media est Z, differentia vero
extremarum B, & sit A minor extrema.

Ex zetetico si placet:

*Data mediâ trium proportionalium linearum rectarum, & differentiâ in-
ter extremas, inuenire minorem extremam.*

Quæ enim in lineis rectis locum habent comparationes, easdem
ad Radices quascunque, simplices, planas, solidasue, aut vltioris
ordinis homogenas, posse aptari, differuit Campanus, in libro de
proportionibus.

Sit igitur data Z media trium proportionalium, B differentia ex-
tremarum, & oporteat inuenire minorem extremam.

Esto illa A. maior igitur erit A plus B. ducatur minor in maio-
rem, sit A quadratum plus B in A. Et vero quando sunt proportio-
nales, quod sit sub extremis æquatur mediæ quadrato, igitur A
quadratum plus B in A, æquale est Z quadrato: id autem ipsum est
quod ordinatur.

.i. Q. + 10. N. æquatur 144. Est L. 144. media inter extremas differentes per 10. &
sit. IN. minor extrema ex serie trium proportionalium. 8. 12. 18.

A ij

DE RECOGNITIONE

ΑΠΟΦΑΤΙΚΗΣ.

THEOREMA II.

Si Aquadratum minus B in A, æquetur Z quadrato: sunt tres proportionales, quarum media est Z, differentia vero extremarum est B. & fit A maior extrema.

Ex zetetico.

Data media trium proportionalium, & differentia inter extremas inuenire maiorem extremam.

Esto illa A, minor igitur erit A minus B: ducatur maior in minorem, fit A quadratum minus B in A, æquale Z quadrato. Id autem ipsum est quod ordinatur.

1. 2 — 10 N. æquatur 144. est l. 144 media inter extremas differentes per 10. & fit 1 N. maior extrema ex serie trium proportionalium 8. 12. 18.

ΑΜΦΙΒΟΛΟΥ.

THEOREMA III.

Si B in A minus A quadrato, æquetur Z quadrato: sunt tres proportionales, quarum media est Z, aggregatum extremarum B, & fit A maior, minorue extrema.

Ex Zetetico.

Data media trium proportionalium & aggregato extremarum, inuenire, alterutram extremam.

Sit enim data Z media, aggregatum vero extremarum B, oportet inuenire minorem extremam. esto illa A, maior igitur erit B, minus A, quare B in A minus A quadrato, æquabitur Z quadrato.

Sed sit A maior extremarum, erit B minus A, minor extremarum: itaque rursus B in A, minus A quadrato, æquabitur Z quadrato. Vnde A siue de minore extremarum, siue de maiore potest enunciari.

26 N. — 1. 2 æquetur 144. est L. 144. media inter extremas quarum aggregatum est 26. & fit 1 N. minor, maiorue extrema ex serie trium proportionalium 8. 12. 18.

R V R S V S

ÆQUATIONVM.

5

Rurfus Ex Zeteticis.

*Constitutiva Æquationum Cubicarum, ac primum earum
in quibus Affectiones existunt sub latere.*

CAPVT. IIII.

ÆQUATIONVM quoque cubicarum affectionibus sub latere obuolutarum constitutio ex Zeteticis, scitu digna est quô pertinent tria quæ sequuntur Theoremata.

KATAPHATIKHS.

THEOREMA. I.

Si Acubus plus B quadrato in A, æquetur B quadrato in Z. sunt quatuor continuæ proportionales, quarum prima maior minorue inter extremas est B, aggregatum vero secundæ & quartæ est Z. & fit A secunda.

Ex Zetetico.

Data prima, & aggregato secundæ & quartæ in serie quatuor cōtinuæ proportionalium, inuenire secundam.

Esto secunda A, quarta igitur erit Z minus A: solido autem sub primæ quadrato & quartâ, æquatur cubus è secunda: quum sit vt quadratum primæ, ad quadratum secundæ, ita secunda ad quartam. itaque A cubus, æquabitur B quadrato in Z, minus B quadrato in A, & per Antithesin, A cubus plus B quadrato in A, æquabitur B quadrato in Z. vt est ordinatum.

Si 1. C. + 64 N. æquetur 2496. Sunt quatuor cōtinuæ proportionales, quarum prima minor inter extremas est L. 64. id est 8. aggregatum vero secundæ & quartæ 2496 id est 39. et fit 1 N. secunda ex serie proportionalium 8. 12. 18. 27.

Et si 1. C. + 729 N. æquatur 18954. prima maior inter extremas est L. 729. id est 27. aggregatum secundæ & quartæ 18954 id est 26. et fit 1 N. secunda ex eadem serie.

729

A iij

THEOREMA II.

Si A cubus minus B quadrato in A, æquetur B quadrato in D. sunt quatuor continuè proportionales quarum prima minor inter extremas est B, differentia secundæ & quartæ D, & fit A secunda.

Ex Zetetico.

Data primâ minore inter extremas, & differentiâ secundæ & quartæ in serie quatuor continuè proportionalium, inuenire secundam.

Sit data B prima minor inter extremas, differentia vero secundæ & quartæ D: oportet inuenire continuè proportionales. Sit secunda A quarta igitur erit A plus D. solido autem sub quadrato primæ & quartâ, æquatur cubus è secundâ; quare A cubus æquabitur B quadrato in A, plus B quadrato in D. & per Antithesin, A cubus minus B quadrato in A, æquabitur B quadrato in D. vt est ordinatum.

Si 1. C — 64 N. æquetur 960. sunt quatuor continuè proportionales, quarum prima est L. 64. id est 8. differentia vero secundæ & quartæ $\frac{960}{64}$ id est 15. et fit 1 N. secunda ex serie proportionalium 8. 12, 18, 27.

THEOREMA III.

Si B quadratum in A minus A cubo, æquetur B quadrato in D: sunt quatuor continuè proportionales, quarum prima maior inter extremas est B. differentia vero secundæ & quartæ D. & fit A secunda.

Ex Zetetico.

Data primâ maiore inter extremas, & differentiâ secundæ & quartæ in serie quatuor continuè proportionalium inuenire secundam.

Sit data B prima maior inter extremas, differentia vero secundæ & quartæ D. oportet inuenire secundam. sit secunda A. quarta igitur erit A minus D. solido autem sub quadrato primæ & quartâ, æquatur cubus è secundâ; quare A cubus æquabitur B quadrato in A, minus B quadrato in D & per Antithesin, B quadratum in A, minus A cubo, æquabitur B quadrato in D.

ÆQVATIONVM.

7

Si 729. N. — 1 C. æquētur 7290. sunt quatuor continuè proportionales quarum prima est 1. 729. differentia vero secunda & quarta $\frac{7290}{729}$ id est 10. & fit 1 N. secunda ex serie proportionalium 27. 18. 12. 8. Potest autem ea secunda duplex esse, ut in duplici quatuor continuè proportionalium serie quæ sequitur.

L. 59319. 195. L. 24375. 125.

L. 59319. 78. L. 624. 8.

Stante eadem primâ maiore inter extremas L. 59319. & eadem differentiâ secunda & quarta 70. secunda hic fit 78. illic 195. Sic stante eadem primâ 36. eademque differentiâ secunda & tertiâ 5. proponitur duplex series triū proportionalium.

36. 6. 1.

36. 30. 25.

Constitutiva Aequationum Cubicarum in quibus Affectiones sunt sub quadrato.

CAPVT V.

QVæ autem cubicæ affectionibus sub quadrato obuoluuntur æquationes, iisdem fere terminis constant, quibus in affectionibus sub latere, ut ex Zeteticis similiter clarum fit: quô pertinebunt trina quoque item enuncianda Theoremata.

Α Π Ο Φ Α Τ Ι Κ Η Σ.

T H E O R E M A. I.

SI A cubus minus B in A quadratum, æquetur B in z quadratum: sunt quatuor continuè proportionales, quarum prima maior, minorue inter extremas est B, aggregatum vero secunda & quartæ est z, & fit A aggregatum primæ & tertiæ.

Ex zetetico.

Data prima & aggregato secunda & quartæ in serie quatuor continuè proportionalium, inuenire aggregatum primæ & tertiæ.

Sit data prima B, maior minorue inter extremas, aggregatum vero secunda & quartæ z, in serie quatuor continuè proportionalium, oportet inuenire aggregatum primæ & tertiæ.

Sit illud A, tertia igitur erit A minus B, est autem ut A ad z, ita B. ad $\frac{B \text{ in } z}{A}$ quare $\frac{B \text{ in } z}{A}$ erit secunda, quum sit ut aggregatum primæ &

tertiæ, ad aggregatum secunda & quartæ, ita prima ad secundam.

at rectangulum sub primâ & tertiâ, æquabitur secundæ quadrato
 itaque $\frac{B \text{ in } A}{B \text{ quadrato}}$ { æquabitur $\frac{B \text{ quadrato in } Z \text{ quadrato}}{A \text{ quadrato}}$ om-
 nia multiplicentur per A quadratū, & diuidantur per B: igitur
 $\frac{A \text{ cubus}}{B \text{ in } A \text{ quadrato}}$ æquabitur B in Z quadrato, id autem est quod
 ordinatur.

*Si i C. — 8 æquetur 12168. sunt quatuor continuè proportionales, quarum
 prima inter extremas est 8. aggregatum vero secunda & quartæ l. $\frac{12168}{8}$ id
 est 39. & fit i N. aggregatum primæ & tertiæ ex serie proportionalium 27. 18. 12. 8.*

KATAΦΑΤΙΚΗΣ.

THEOREMA II.

Si A cubus plus B in A quadrato, æquetur B in D quadrato;
 sunt quatuor continuè proportionales, quarum prima minor
 inter extremas est B, differentia vero secundæ & quartæ est D. & fit
 A differentia primæ & tertiæ.

Ex Zetetico.

*Data prima minore inter extremas, & differentia secundæ & quartæ in
 serie quatuor continuè proportionalium, inuenire differentiam primæ &
 tertiæ.*

Sit data B prima in serie quatuor continuè proportionalium ea-
 demque minor inter extremas, differentia vero secundæ & quar-
 tæ D. oportet inuenire differentiam primæ & tertiæ.

Esto illa A, tertia igitur erit A plus B: est autē ut A ad D ita B ad $\frac{B \text{ in } D}{A}$

quare $\frac{B \text{ in } D}{A}$ erit secunda: quum sit ut differentia primæ &
 tertiæ, ad differentiam secundæ & quartæ, ita prima ad secundam
 at rectangulum sub prima & tertia, æquatur secundæ quadrato,
 itaque $\frac{B \text{ in } A}{B \text{ quadrato}}$ æquabitur $\frac{B \text{ quadrato in } D \text{ quadrato}}{A \text{ quadrato}}$ omnia ducantur
 + B quadrato

in A quadratū, & diuidantur per B: igitur A cubus, plus B in A qua-
 drato æquabitur B in D quadrato. id autem ipsum est quod
 ordinatur.

*Si i C. + 89 N æquetur 1800. sunt quatuor continuè proportionales, quarū prima
 inter extremas est 8. differentia vero secundæ et quartæ l. $\frac{1800}{8}$ id est 15. et fit i N.*

differentia primæ & tertiæ ex serie proportionalium. 8. 12. 18. 27.

ΑΜΦΙΒΟΛΟΥ.

ÆQUATIONVM.

ΑΜΦΙΒΟΛΟΥ.

THEOREMA III.

Si B in A quadratum, minus A cubo æquetur B in D quadratum: sunt quatuor continuè proportionales, quarum prima maior inter extremas est B, differentia vero secundæ & quartæ est D, & fit A, differentia primæ & tertiæ.

Ex zetetico.

Datâ primâ maiore inter extremas, & differentia secundæ & quartæ in serie quatuor continuè proportionalium, inuenire differentiâ secundæ & tertiæ.

Sit data B prima in serie quatuor continuè proportionalium eademque maior inter extremas, differentia vero secundæ & quartæ D. oportet inuenire differentiam primæ & tertiæ. Esto illa A, tertia igitur erit B minus A: erit autem ut A ad D ita B ad $\frac{B \text{ in } D}{A}$, quare

$\frac{B \text{ in } D}{A}$ erit secunda: quum sit ut differentia primæ & tertiæ, ad differentiam secundæ & quartæ, ita prima ad secundam: at rectangulum sub primâ & tertiâ, æquatur secundæ quadrato: Itaque $\frac{B \text{ quadratum}}{B \text{ in } A}$

$\frac{B \text{ quadrato in } D \text{ quadratum}}{A \text{ quadrato}}$ omnia ducantur in A quadratum, & per B diuidantur: Igitur $\frac{B \text{ in } A \text{ quadratum}}{A \text{ cubo}}$ æquabitur B in D quadratum: id autem ipsum est quod ordinatur.

Si 272 — 1 C. æquentur 2700. sunt quatuor continuè proportionales, quarum prima maior inter extremas est 27. differentia vero secundæ & quartæ 1. $\frac{2700}{27}$ id est 10. & fit 1 N. differentia primæ & tertiæ ex serie proportionalium. 27. 18. 12. 8.

Alia insuper Constitutio Cuborum sub latere Affectorum.

Ex Zeteticis.

CAPVT VI.

Sed neque omittenda est ex zeteticis quoque depromenda singularis quædam constitutio cubi, qui sub latere affirmatè, atque etiam eius qui afficitur negatè: quum videlicet (is enim casus præmouendus est.) quadruplus cubus è triente coefficientis plani, cedit solidi datæ mensuræ quadrato: quocirca bina iam proferuntur Theoremata.

B

THEOREMA. I.

Si A cubus plus B plano ter in A, æquetur D solido: est B planum quod fit sub lateribus, a quibus qui fiunt cubi, differunt per D solidum, & fit A differentia laterum.

Ex Zetetico.

Data differentia cuborum, & rectangulo sub lateribus, inuenire differentia laterum.

Si i C. + 6 N. æquatur 7. est $\frac{6}{7}$ seu 2. rectangulum sub lateribus a quibus cubi differunt per 7. & fit i N. differentia laterum: ex hypotefi laterum 1. & 2.

THEOREMA. II.

Si A cubus minus B plano ter in A æquetur D solido, præster autem D solidi quadratum, quadruplo B plani cubo: est B planum, rectangulum sub lateribus, a quibus qui fiunt cubi componunt D solidum, & fit A aggregatum laterum.

Ex Zetetico.

Dato rectangulo sub lateribus, & aggregato cuborum, inuenire latera.

Si i C. — 6 N. æquatur 9. est $\frac{6}{9}$ seu 2. rectangulum sub lateribus, a quibus cubi aggregati faciunt 9. & fit i N. aggregatum laterum. ex hypotefi laterum 1. & 2.

Eadem autem Theoremata Geometricè ita concipientur.

ALITER.

PRIMUM THEOREMA.

Si A cubus, plus B plano ter in A æquetur B plano in D. sunt quatuor continuè proportionales lineæ rectæ, sub quarum medijs vel extremis fit B planum: differentia vero extremarum est D: & fit A differentia mediarum.

Ex Zetetico.

Data differentia extremarum, & rectangulo sub medijs vel extremis in serie quatuor proportionalium, inuenire differentiam mediarum.

Si i C. + 24 N. æquatur 56. sunt quatuor cōtinuè proportionales sub quarum medijs vel extremis quod fit planum, æquale est $\frac{14}{5}$ id est 8. differentia vero extremarum est $\frac{14}{5}$ id est 7. & fit i N. differentia mediarum, ex serie continuè proportionalium. 1. 2. 4. 8.

ALITER.

SECUNDVM THEOREMA.

Si A cubus minus B plano ter in A, æquetur B plano in D, sit autem D semissis quadratum maius B plano: sunt quatuor

ÆQVATIONVM.

11

continue proportionales lineæ rectæ, sub quarum mediis vel extremis fit B planum, aggregatum vero extremarum est D, & fit A aggregatum mediarum.

Ex zetetico.

Dato aggregato extremarum, & rectangulo sub medijs vel extremis, in serie quatuor continue proportionalium, inuenire aggregatum mediarum.

Si C — 24 N æquatur 72. sunt quatuor continue proportionales, sub quarum extremis vel medijs quod fit planum, æquale est $\frac{24}{3}$ id est 8, aggregatum vero extremarum est $\frac{72}{3}$ id est 24. & fit 1 N. aggregatum mediarum ex serie continue proportionalium. 1. 2. 4. 8.

Quum autem quadruplus cubus è triente coefficientis plani, præstat solidi datæ mensuræ quadrato: aliam eo casu fortitur æqualitas constitutionem, ambigua seu ei quæ negatur inuersè cōmunem: quô pertinet sequens Theorema.

THEOREMA. III.

Si A cubus minus B plano ter in A, æquetur D solido: cedat autem D solidi quadratum, quadruplo B plani cubo: B planum ter in E minus E cubo, æquabitur rursus D solido: & enunciatu E de duobus lateribus, à quibus singulis quadrata, adiecta rectangulo sub ipsis lateribus, faciunt B planum.

Quod autem fit ab vno laterum in quadratum reliqui, adiunctum rectangulo: seu aliter quod fit abs aggregato laterum in rectangulum, est D solidum. A vero enunciatu de aggregato illorum laterum.

Ex zetetico.

Dato plano quod constat aggregato quadratorum à duobus lateribus, plus rectangulo sub ijsdem, & dato in super solido quod fit abs aggregato laterum, in rectangulum, inuenire latera: vel etiam laterum aggregatum.

Si C. — 21. N. æquetur 20. quoniam quadruplus cubus ex 7 maior est quam 400. idcirco 21 N. — 1 C. æquabitur 10. & sunt duo latera, à quibus quadrata adiuncta rectangulo à lateribus, faciunt 21. aggregatum autem laterum, ductum in rectangulum est 20. & fit 1 N. in æqualitate inuerse negata, alterutrum e lateribus, maius minusue; in directe vero negata, aggregatum ipsorum laterum, ex hypot. laterum. 1. & 4.

Neque verò in Geometricâ phrasi hic erit magna dissimilitudo: Enimverò dicet Geometra, B planum esse aggregatum quadratorum à tribus proportionalibus lineis rectis, D vero solidum quod fit ab aggregato extremarum in mediæ quadratum seu ab alterutra extrema in aggregatum quadratorum à reliquis, & fieri A aggregatum extremarum, E vero primam vel tertiam.

B ij

DE RECOGNITIONE

Sic in exposito themate, 21. est aggregatum quadratorum à tribus proportionalibus, & solidum 20. est ab aggregato extremarum in medie quadratum, seu ab alterutra extremâ in quadrata è reliquis ex serie proportionalium 1. 2. 4.

At elegantius & præstantius ex analyticis Angularium sectionũ huiusmodi æqualitatum constitutio eruitur, & ad εὐμνηχάριαν accommodatius in hanc formulam.

A L I T E R.

TERTIVM THEOREMA.

Si A cubus minus B quadrato ter in A, æquetur B quadrato in D: sit autem B maior D semisse, B quadratum ter in E, minus E cubo æquabitur B quadrato in D.

Et sunt duo triangula rectangula æqualis B hypotenusæ, ita ut angulus acutus subtensus à perpendiculo primi, sit triplus ad angulũ acutum subtensum à perpendiculo secundi; basis vero dupla primi, est D. & sit A dupla basis secundi. E vero basis simpla secundi, contracta, protractaue longitudine eius quæ potest quadrato triplum perpendiculi eiusdem.

1. C. — 300. N. æquetur 432. vel etiam 300 N. — 1. C æquetur 432. sunt duo triangula rectangula, quorum hypotenusæ communis est 10: ita ut angulus acutus primi, à perpendiculo videlicet subtensus, sit triplus ad acutum secundi, à suo quoque perpendiculo subtensũ; basis autẽ primi dupla, est $\frac{4}{10}$. & IN in æqualitate directè negatã est basis dupla secundi: in inuersè vero negatã, est basis simpla secundi, plus minusue eã quæ potest quadratũ triplum perpendiculum secundi.

Cõstitutã hypotenusæ communis 10. basi secundi trianguli 9. sit perpendiculum eiusdem secundi l. 19.

Primi vero hypotenusæ stante 10. sit basis 2 $\frac{1}{10}$. itaque quum in eã hypothesi dicetur 1. C — 300 N. æquari 432. fiet IN. 18. vel quum dicetur 300 N. — 1. C æquari 432. fiet vnus numerus 9 + l. 57. vel 9 — l. 57.

Atque hæc ad assequendum ex zeteticis constitutiones adæquatarum quæ affectæ sunt potestatum, exempla nunc sufficiuntor. Et si enim de simpliciter affectis Theoremata tantũ proposita sunt, tamen quemadmodum ad multipliciter affectas possint trahi, vix ignorabitur, quando præsertim detegatur earum Plasmã, de quo iam succedit dicendi locus. ipsorum enim zeteticorum à quibus antedictæ constitutiones depromptæ sunt, iam patuit processus sufficiẽter in expositis eclogis, hoc postremo Theoremate excepto, quod par est rejci in peculiarem zeteticorum ad Angulares sectiones pertinentium siluulam.

*De Generali Methodô
Transmutandarum Aequationum.*

CAPVT VII.

Plasmatîs ratio pendet è doctrinâ transmutandarum æqua-
tionum generaliter imprimis proponenda & demonstranda.

*De Transmutatione per Alterationem
Radiciſ.*

Æquationum transmutatio instituitur duplici formæ præcau-
tione; aut enim placet alterari Radicem de quâ primum quæritur,
aut manere inuariatam.

Qualiscûque autem alteratio sit, primæua Radix & noua, datam
habent inter se differentiam vel rationem, adeo vt vnâ cognitâ, al-
tera non possit ignorari.

Ad opus itaque transmutationum, alterata Radix quæsititiâ
conceditur alteri quoque inquirendæ esse æqualis, atque adeo ex
eâ concessione nouam induit speciem, sub quâ æquatio primum
posita dirigitur, & ordinatur noua.

Ac pluribus quidem modis Radix de quâ quæritur potest artifi-
ciosè alterari, & nouâ specie exhiberi: ac dirigendi ratio sub ea no-
uâ specie ipsam quæ primum proposita est æquationem, constans
est & vniformis, per modos illos quoscunque.

Quæ vt fiant euidentiora proponatur æquatio quæuis de A Ra-
dice exponēda, & sit z magnitudo cui adæquetur reliqua; & opor-
teat propositam illam æquationē alteratâ radice arte transmutare.

Primum igitur A Radix potest alterari, & noua specie exhiberi
per additionem: vtpote hac concessione & argumentatione $A + B$
esto E. ergo $E - B$ erit A.

Secundô per subductionem, vtpote hac concessione & argu-
mentatione $A - B$ esto E. ergo $E + B$ erit A.

Vel etiâ istâ $B - A$ esto E, ergo $B - E$ erit A.

Tertiô per multiplicationem: vtpote hac concessione & argu-
mentatione $Bin A$ esto E planum. ergo $\frac{E \text{ planum}}{B}$ erit A.

Quarto per diuisionem, vtpote concedendo & argumentando
 $\frac{A \text{ planum}}{B}$ esto E. ergo $Bin E$ erit A planum.

B iij

Quinto, per Analogiam rationis explicitæ: vt pote concedendo esse vt B ad G, ita A ad E, deinde resoluendo Analogiam, & argumentando, ergo $\frac{B \text{ in } E}{G}$ erit A.

Sexto per analogiam rationis implicitæ: vt pote concedendo esse vt A ad B, ita G ad E: deinde resoluendo Analogiam & argumentando, ergo $\frac{B \text{ in } G}{E}$ erit A.

Septimo per Parabolicā hypostasim in generibus quibuscunque æquationum: vt pote in quadraticis, concedendo $\frac{E \text{ quadratum}}{+ A \text{ in } E}$ æquari D plano, quæ æquatio est quadrati affirmati affecti, deinde argumētādo ergo $\frac{D. \text{ planum}}{E \text{ quadrato}}$ erit A

Vel concedēdo $\frac{E \text{ quadratum}}{- E \text{ in } A}$ æquari D plano: quæ æquatio est quadrati negati affecti: & argumentando ergo $\frac{E \text{ quadratum}}{- D. \text{ plano.}}$ E

æquabitur A.

Vel denique cōcedendo $\frac{E \text{ in } A}{- E \text{ quadrato}}$ æquari D plano, quæ æquatio est plani sub laterē negati de quadrato: & argumētādo ergo $\frac{E \text{ quadratum}}{+ D \text{ plano}}$ } æquabitur A.

Postremo per modos compositos, & excogitanda ab artifice & tentanda, quæ suo fini magis inservire conitiet, figmenta.

Quamcunque autem speciem induit A, æquatio iuxta eam trāsfornabitur, & noua de E ordinabitur, si quæ de A enunciantur in æquatione proposita, eadem enuncientur de nouā quam A induit specie.

Alteretur enim A per additionem, fingendo A plus B esse E, vt supra, vnde E minus B fit A. quū igitur par Potestas creabitur ab E minus B, quæ proponebatur ab A, & similes quoque parodici gradus, in quos ducantur inuariandæ coëfficientes, ad efficienda eadem affectionum homogenea: omnino facta huiusmodi æquabuntur proposito homogeneo. Expurgentur igitur secundum artis præcepta, & ita demum æquatio de E ordinetur: iam transmutata erit in nouam æquationem de E, id est ipsa A productā cremento B, enunciandam, quod faciendum erat.

Quod in reliquis quibuscunque alterandi modis, quibus semper A valor exprimitur, locum habere conspicuum est.

De Transmutatione inuariatâ Radice.

QUod ad secundam præcautionem attinet, inuariatâ Radice æquationem transmutare, est gradum æquationis deprimere vel attollere.

Climacticus autem siue adscensus, siue descensus, regulariter fit vel irregulariter.

Climacticus regularis adscensus fit, quum vtraque propositæ æquationis pars, distributa ordinate, vel secus ex Artificis industria, ducitur sub-quadratica, sub-cubicæ, & depressi^o sub-climacticæ: ad scito nempe ad id supplemento dato vel inquirendo: omnia autem post ductionem, diuisionemue congruè ordinantur.

Irregularis autem adscensus fit, quum omnia quibus proposita æquatio constat, singularia homogenea ducuntur in eundem Parodicum gradum, siue purum, siue affectum à datis congruentibus magnitudinibus, vel etiam eas adficientem: & ducta congruam interpretationem accipiunt, & ordinationem.

Descensus contrâ, quum omnia singularia illa homogenea applicantur, siue ad Radicem quæ sititiam, siue Radicis gradum Potestate inferiorem, vel pure, vel cum adficientibus, adfecti siue datis congeneribus magnitudinibus: & diuisa, adscito nempe ad id supplemento dato, vel inquirendo, congruam interpretationem accipiunt, & ordinationem.

Demonstratio vero in quacunque artificiosa transmutandi forma statim euidens fit, quoniam quæ æqualia sunt longitudine, æqualia quoque sunt simili potestate, & contra: neque communis diuisor vel multiplicator æqualitatem immutat vel rationem.

Atque hæc vt à nobis generaliter proposita sunt, ita specialibus indigere præceptis, & exemplis concedendum est, quæ diffundentur passim in conuenientiores locos, prout edenda artificij transmutatorij exegerint specimina.

CAPVT VIII.

Plasma inesse æquationibus intelligitur, quum deducuntur Potestates affectæ à puris, vel min⁹ affectis æquealtis, aut etiam altiores à depressioribus.

Itaque Plasma potest institui per omnes transmutationum modos, præter diuisionem & Climacticum descensum.

Finis Plastics ac præcipuus illius vsus est, vt agnitæ æquationes Plasmaticæ, in simplices à quibuseductæ sunt curentur resolui, si quò id liceat impendio.

Quod quum deprehendet signætarius, adnotabit sedulo, ac suum tandem proferet symbolum, in artis commendatione & illustratione.

Omnino & id esto primum animaduersione dignum.

Si qua potestas affecta est, vel afficit sub singulis gradibus ad eam paradocis, Plasmatica est per modum additionis, vel subtractionis: quoniam Radix intelligetur adfecta fuisse cremèto, vel decremento desumpto ex coefficiente sub gradu altiore, secundum Potestatis conditionem.

In quadratis videlicet, affecta fuisse Radix, semisse coefficientis sub latere: In cubis, triente coefficientis sub quadrato. In quadrato-quadratis, quadrante coefficientis sub cubo. In quadrato-cubis quintante coefficientis sub quadrato-quadrato: & eo continuo progressu.

Sic Quadrata quæcunque adfecta, originem sumunt à puris. Cubi affecti sub quadrato & latere, à cubis affectis sub latere. Quadrato-quadrata affecta sub cubo, quadrato, & latere, à quadrato-quadratis affectis sub quadrato vel latere, aut tam sub quadrato quam sub latere. & eò deinceps ordine.

Secundum esto, si qua potestas à radice planâ est solidæ, vel vltioris ordinis homogeneâ, Plasmatica est per multiplicationis modum vel implicitæ Analogiæ.

Sic quadrato-quadratum affectum sub quadrato, originem sumit à quadrato affecto sub latere: quoniam ducta sunt omnia quibus æquatio constat singularia homogenea, in quadratum coefficientis sub latere: vnde Radix effecti quadrato-quadrati intelligitur media proportionalis inter coefficientem sub lateralem, & eam quæ primum proponebatur Radicem.

Sic cubo cubus adfectus sub cubo, originem sumit à quadrato quoque

quoque adfecto sub latere, vnde radix effecti cubo-cubi fit secunda continuè proportionalium, qualium coefficientis sublatialis est prima, radix vero quæ primum proponebatur earundem quarta.

Sic cubo-cubus adfectus sub quadrato-quadrato, originem sumit à cubo affecto sub quadrato, ductis omnibus quibus æquatio constat singularibus homogeneis, in cubum coefficientis sub quadrato: vnde radix effecti cubo-cubi mediâ proportionalis est inter coefficientem $\sqrt[3]{b}$ quadrati a , & eâ quæ primū proponebatur.

Tertium esto, omne quadrato-quadratum affectū sub parodico ad illud gradu, vno vel pluribus, Plasmaticum est, suam videlicet ducēs per Climacticū adscensū originē, a quadr. affecto sub latere.

Afficiatur quadrato-quadratum sub latere: Æquatio affecti quadrati à quo deducta quadrato quadratica est, eam passa est suorum quibus constat singulare homogeneorum distributionem, vt quadrati symbolum fecerit partem vnā æquationis, planum vero sub latere, vna cum data comparisonis magnitudine, alteram: & utrâque tandem parte ductâ quadraticæ interpretationem congruam acceperit homogeneum sub quadrato, atque adeo omnia fuerint ordinata.

Adficiatur vero quadrato-quadratum, tam sub quadrato quam latere: æquatio affecti quadrati, à quo deducta quadrato-quadratica est, eam passa est suorum quibus constat singulare homogeneorum distributionem, vt quadratica Potestas, vna cum Dieſi dati plani comparisonis, vel eiusdem productione, fecerit partem vnā æquationis, planum vero sub latere, vna cum Apotome dati plani comparisonis, vel eodem producto, partem alteram; atque adeo utrâque parte ductâ quadraticæ, omnia fuerint ordinata.

Adficiatur denique quadrato-quadratum sub cubo: æquatio adfecti quadrati, à quo deducta quadrato-quadratica est, eam suorum quibus constat singulare homogeneorum passa est distributionem, vt quadrati symbolum vna cum plano sub latere, fecerit partē vnā æquationis, datum vero planum comparisonis alteram & utrâque parte ductâ quadraticæ, interpretationem congruam acceperint, vt homogenea tam sub latere quam quadrato, atque adeo omnia fuerint ordinata.

Quartū esto & postremū, cubicas omnes affectiones per Climaticum irregularem adscensum, è quadraticis posse deduci, verum

C

in illis ad primævas non patere reductionis viam, nisi per æquationes Potestatum æque-altarum & affectarum: Aequationum tamē inde constitutarum spectata proprietas maximè iuuat.

Sed & inter Anomalias Plasmaticas, dignæ speciali notâ sunt eæ quæ pertinent ad homogenea affectionum, quæ de potestatibus negantur: creantur illæ suâ primævâ origine à puri quadrati Aequatione, instituto Plasmate per additionem vel subductionem: nam quum ad Plasma adsumitur coëfficiens quælibet maior Radice propositâ, siue ea adfirmetur per hypothesin, siue negetur, semper inciditur in æquationem plani sub latere negati de quadrato. unde Porisina.

Quotiescumque Potestas negatur de Affectionis homogeneo, radicem Potestatis esse ancipitem: quoniam ex ancipite illa quadraticâ reliquæ omnes fluunt & deducuntur, saluâ radicis primævæ Amphibolia.

Deductiua Quadratorum Affectorum à Puris.

CAPVT. IX.

Quæ omnia vt fiant euidentiora, Theorematum aliquot, ad Plasmata de quibus monuimus pertinentium, iam sequitur farrago.

THEOREMA. I.

Si A quadratum, æquetur Z plano.

A + B esto E.

E quadratum minus B in E bis æquabitur. $\overset{\text{Z plano}}{=} \overset{\text{B quadrato.}}{}$

Quoniam enim A quadratum proponitur æquale Z plano, est autem A + B Radici E æqualis, ergo E — B æquabitur A. itaque quadratum abs E — B æquabitur Z plano: quadratum autem illud constat singularibus planis,

E quadrato.
— B in E bis.
+ B quadrato.

quare omnibus his ordinatis $\overset{\text{E quadratum}}{=} \overset{\text{B in E bis}}{}$ } æquabitur { $\overset{\text{Z plano}}{=} \overset{\text{— B quadr.}}{}$
vt est enunciatum,

THEOREMA. II.

Si A quadratum æquetur Z plano.
A — B esto E.

$\begin{matrix} \text{E quadratum} \\ + \text{B in E bis} \end{matrix} \} \text{æquabitur.} \{ \begin{matrix} \text{Z plano} \\ - \text{B quadrato.} \end{matrix}$

Quoniam enim A quadratum æquatur Z plano, est autē A — B Radici E æqualis, A — B æquetur E, ergo E + B æquabitur A: itaque quadratum ab E + B æquabitur Z plano: quadratum autem istud constat singularibus planis.

$\begin{matrix} \text{E quadrato.} \\ + \text{B in E bis.} \\ + \text{B quadrato.} \end{matrix}$

quare omnib⁹ bene ordinatis $\begin{matrix} \text{E quadratum} \\ + \text{B in E bis} \end{matrix} \} \text{æquabitur} \{ \begin{matrix} \text{Z plano} \\ - \text{B quadr.} \end{matrix}$
vt est enunciatum.

THEOREMA III.

Si A quadratum æquetur Z plano.
B — A vel A + B esto E.

$\begin{matrix} \text{B in E bis} \\ - \text{E quadrato.} \end{matrix} \} \text{æquabitur} \{ \begin{matrix} \text{B quadrato.} \\ - \text{Z plano.} \end{matrix}$

Quoniam enim A quadratum proponitur æquale Z plano, est autem B — A Radici E æqualis: igitur B — E æquabitur A. itaq; quadratum abs B — E æquabitur Z plano: quadratum autem illud constat.

$\begin{matrix} \text{B quadrato.} \\ - \text{B in E bis.} \\ + \text{E quadrato.} \end{matrix}$

quare omnib⁹ bene ordinatis, $\begin{matrix} \text{B in E bis} \\ - \text{E quadrato.} \end{matrix} \} \text{æquabitur} \{ \begin{matrix} \text{B quadr.} \\ - \text{Z plano.} \end{matrix}$
vt est enunciatum.

Et si A + B æquetur E, igitur E — B æquatur A. itaque quadratū abs E — B æquabitur Z plano: quadratum autem illud constat.

$\begin{matrix} \text{E quadrato.} \\ - \text{B in E bis.} \\ + \text{B quadrato.} \end{matrix}$

quare omnib⁹ bene ordinatis, $\begin{matrix} \text{B in E bis} \\ - \text{E quadrato.} \end{matrix} \} \text{æquabitur.} \{ \begin{matrix} \text{B quadr.} \\ - \text{Z plano.} \end{matrix}$
vt est quoque enunciatum.

Deductiva Affectorum aliquot Cuborum sub Quadrato, à Cubis affectis sub Latere.

CAPVT X.

THEOREMA I.

Si A cubus.

— B quadrato ter in A } æquetur Z solido.

A — B esto E.

E cubus

— + B in E quadratū ter. } æquabitur { — Z solido.
+ B cubo bis.

Quoniam enim A cubus minus B quadrato ter in A, æquatur Z solido: est autem A — B radici E æqualis, igitur E + B æquabitur A. quare cubus ab E + B multatus solido abs B quadrato ter in E + B, æquabitur Z solido.

Cubus autem abs E + B constat.

E cubo.

— + B in E quadratum ter

— + B quadrato in E ter

— + B cubo.

Solidum vero Affectonis. — B quadrato ter in E
— B cubo ter.

Quare omnibus benè ordinatis.

E cubus

— + B in E quadratum ter } æquabitur { — Z solido.
+ B cubo bis.

ut est enunciatum.

ALITER.

THEOREMA. I.

Si A cubus.

— B quadrato ter in A. } æquetur Z solido.

A + B esto E.

E cubus

— B in E quadratum ter. } æquabitur { — Z solido.
+ B cubo bis.

Quoniam enim A cubus minus B quadrato ter in A, æquatur Z solido: est autem A + B Radici E æqualis, igitur E — B æquabitur A. quare cubus abs E — B multatus solido abs B quadrato ter in E — B, æquabitur Z solido, cubus autem abs E — B constat.

E cubo

— B in E quadratum ter

— + B quadrato in E ter

— B cubo.

Solidum vero Affectonis. — B quadrato in E ter.
+ B cubo ter.

Quare omnibus bene ordinatis.

— $\begin{matrix} E \text{ cubus.} \\ B \text{ in } E \text{ quadratum ter.} \end{matrix} \} \text{æquabitur.} \{ \begin{matrix} Z \text{ solido.} \\ B \text{ cubo bis.} \end{matrix}$
 vt est enunciatum.

THEOREMA. II.

Si $\begin{matrix} B \text{ quadratum ter in } A. \\ - A \text{ cubo.} \end{matrix} \} \text{æquetur } Z \text{ solido.}$

$B - A$ esto E .

— $\begin{matrix} B \text{ in } E \text{ quadratum ter.} \\ E \text{ cubo.} \end{matrix} \} \text{æquabitur.} \{ \begin{matrix} B \text{ cubo bis.} \\ Z \text{ solido.} \end{matrix}$

Quoniam enim B quadratum ter in A minus A cubo, æquatur Z solido: est autem $B - A$ Radici E æqualis, igitur $B - E$ æquabitur A : quare solidum abs B quadrato ter in $B - E$, minus cubo abs $B - E$ æquabitur Z solido: solidum autem illud affectum constat.

— $\begin{matrix} B \text{ cubo ter.} \\ B \text{ quadr. ter in } E \end{matrix} \text{ cubus vero negatus de solido illo.}$ $\begin{matrix} - B \text{ cubo.} \\ + B \text{ quadr. in } E \text{ ter.} \\ - E \text{ quadr. in } B \text{ ter.} \\ + E \text{ cubo.} \end{matrix}$

Quare omnibus bene ordinatis.

— $\begin{matrix} B \text{ in } E \text{ quadratum ter} \\ E \text{ cubo} \end{matrix} \} \text{æquabitur.} \{ \begin{matrix} B \text{ cubo bis.} \\ Z \text{ solido.} \end{matrix}$
 vt est enunciatum.

ALITER.

THEOREMA. II.

Si $\begin{matrix} B \text{ quadratum ter in } A. \\ - A \text{ cubo.} \end{matrix} \} \text{æquetur } Z \text{ solido.}$

$B + A$ esto E .

— $\begin{matrix} B \text{ in } E \text{ quadratum ter.} \\ E \text{ cubo.} \end{matrix} \} \text{æquabitur.} \{ \begin{matrix} B \text{ cubo bis.} \\ + Z \text{ solido.} \end{matrix}$

Quoniam enim B quadratum ter in A minus A cubo, æquatur Z solido, est autem $B + A$ Radici E æqualis, igitur $E - B$, æquabitur A : quare solidum abs B quadrato ter in $E - B$, minus cubo abs $E - B$ æquabitur Z solido. solidum autem illud affectum constat.

— $\begin{matrix} B \text{ quadr. ter in } E. \\ B \text{ cubo ter.} \end{matrix} \text{ cubus vero negatus de solido illo.}$ $\begin{matrix} - E \text{ cubo.} \\ + B \text{ in } E \text{ quadr. ter.} \\ + B \text{ quadr. ter in } E \\ - B \text{ cubo} \end{matrix}$

C iij

quare omnibus bene ordinatis.

$\begin{matrix} B \text{ in } E \text{ quadratum ter.} \\ - E \text{ cubo.} \end{matrix} \} \text{æquabitur.} \left\{ \begin{matrix} B \text{ cubo bis.} \\ + Z \text{ solido.} \end{matrix} \right.$

vt est enunciatum.

Deductiua adfectorum Cuborum tam sub Quadrato, quam sub Latere, à Cubis adfectis sub Latere.

CAP. XI.

THEOREMA. I.

Si A cubus
 $\rightarrow D$ plano in A. $\{ \text{æquetur } Z \text{ solido,}$
 $\begin{matrix} E \text{ cubus} \\ A \rightarrow B \text{ esto } E. \end{matrix} \left\{ \begin{matrix} - B \text{ in } E \text{ quadr. ter.} \\ + B \text{ quadrato ter.} \\ + D \text{ plano.} \end{matrix} \right\} \text{in } E. \} \text{æquabitur.} \left\{ \begin{matrix} Z \text{ solido.} \\ + D \text{ pl. in } B \\ + B \text{ cubo.} \end{matrix} \right.$

Quoniam enim A cubus $\rightarrow D$ plano in A, proponitur æquari Z solido: est autem A $\rightarrow B$ radici E æqualis, igitur E $- B$ æquabitur A. itaque cubus abs E $- B$, adiunctus solido abs D plano in E $- B$, æquabitur Z solido. cubus autem abs E $- B$ constat.

$\begin{matrix} E \text{ cubo} \\ - B \text{ in } E \text{ quadr. ter.} \\ + B \text{ quadr. in } E \text{ ter.} \\ - B \text{ cubo.} \end{matrix} \left\{ \begin{matrix} \text{Solidum vero affectionis.} \\ + D \text{ plano in } E. \\ - D \text{ plano in } B. \end{matrix} \right.$

Quare omnibus bene ordinatis.

$\begin{matrix} E \text{ cubus} \\ - B \text{ in } E \text{ quadr. ter.} \\ + B \text{ quadrato ter.} \\ + D \text{ plano} \end{matrix} \left\{ \begin{matrix} \text{æquabitur.} \\ \text{in } E. \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} Z \text{ solido.} \\ + D \text{ plano in } B \\ + B \text{ cubo.} \end{matrix} \right.$

vt est enunciatum.

THEOREMA. II.

Si A cubus
 $\rightarrow D$ plano in A $\{ \text{æquetur } Z \text{ solido.}$
 $A - B \text{ esto, } E.$
 $\begin{matrix} E \text{ cubus} \\ + B \text{ in } E \text{ quadratum ter.} \\ + B \text{ quadrato ter.} \\ + D \text{ plano.} \end{matrix} \left\{ \begin{matrix} \text{æquabitur.} \\ \text{in } E. \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} Z \text{ solido} \\ - D \text{ plano in } B \\ - B \text{ cubo.} \end{matrix} \right.$

ÆQVATIONVM.

23

Quoniam enim A cubus \rightarrow D plano in A, æquatur z solido: est autem A — B Radici E æqualis: igitur E \rightarrow B, æquabitur A: itaque cubus abs E \rightarrow B adiunctus solido abs D plano in E \rightarrow B, æquabitur z solido. cubus autem abs E \rightarrow B constat.

E cubo

\rightarrow B in E quadratum ter. Solidum vero affectionis. \rightarrow D plano in E.
 \rightarrow B quadrato in E ter. \rightarrow D plano in B.
 \rightarrow B cubo.

quare omnibus bene ordinatis.

E cubus.

\rightarrow B in E quadratum ter. }
 \rightarrow B quadrato ter. } in E. } æquabitur. { D cubo.
 \rightarrow D plano. } } \rightarrow D plano in B.
 \rightarrow Z solido.

ut est enunciatum.

THEOREMA. III.

Si A cubus \rightarrow D plano in A. } æquetur z solido.

B — A æquetur E.

E cubus

\rightarrow B in E quadratum }
 \rightarrow B quadrato ter } in E. } æquabitur. { D cubo.
 \rightarrow D plano. } } \rightarrow D plano in B.
 \rightarrow Z solido.

Quoniam enim A cubus, \rightarrow D plano in A, æquatur z solido: est autem B — A Radici E æqualis, igitur B — E æquabitur A. itaq; cubus abs B — E adiunctus solido abs D plano in B — E, æquabitur z solido: Cubus autem abs B — E constat.

B cubo.

\rightarrow E in B quadr. ter. Solidum vero affectionis. \rightarrow D plano in B.
 \rightarrow E quadr. in B ter. \rightarrow D plano in E.
 \rightarrow E cubo.

Quare omnibus bene ordinatis.

E cubus.

\rightarrow B in E quadratum ter. }
 \rightarrow B quadrato ter } in E. } æquabitur. { B cubo.
 \rightarrow D plano. } } \rightarrow D plano in B.
 \rightarrow Z solido.

ut est enunciatum.

DE RECOGNITIONE THEOREMA. III.

Si A cubus.
— D plano in A. {æquetur z solido.
A + B esto E.

E cubus
— B in E quadratum ter.
+ B quadrato ter. } in E. } æquabitur. { Z solido.
— D plano. } + B cubo.
— D plano in B.

Quoniam enim A cubus — D plano in A, æquatur z solido, est autem A + B Radici E æqualis: igitur E — B æquabitur A. itaque cubus abs E — B multatus solido abs D plano in E — B, æquatur z solido, cubus autem abs E — B constat.

E cubo.
— B in E quadratum ter. Solidum vero affectionis. — D plano in E.
+ B quadrato in E ter. + D plano in B.
— D plano.

quare omnibus bene ordinatis.

E cubus.
— B in E quadratum ter.
+ B quadrato ter. } in E. } æquabitur. { Z solido.
— B cubo. } + B cubo.
— D plano in B.

ut est enunciatum.

THEOREMA. V.

Si A cubus.
— D plano in A. {æquetur z solido.
A — B esto E.

E cubus
+ B in E quadratum ter.
+ B quadrato ter. } in E. } æquabitur. { Z solido.
— D plano. } + D plano in B.
— B cubo.

Quoniam enim A cubus — D plano in A, æquatur z solido: est autem A — B Radici E æqualis: igitur E + B æquabitur A. itaque cubus abs E + B multatus solido abs D plano in E + B, æquatur z solido. Cubus autem abs E + B constat.

E cubo.
+ B in E quadratum ter. Solidum vero affectionis. — D plano in E.
+ B quadrato in E ter. — D plano in B.
— B cubo.

Quare

ÆQVATIONVM.

25

quare omnibus bene ordinatis.

$$\begin{array}{l} \text{E cubus.} \\ + \text{ B in E quadratum ter.} \\ + \text{ B quadrato ter.} \\ - \text{ D plano.} \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{E cubus.} \\ + \text{ B in E quadratum ter.} \\ + \text{ B quadrato ter.} \\ - \text{ D plano.} \end{array}} \right\} \text{ in E. } \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{E cubus.} \\ + \text{ B in E quadratum ter.} \\ + \text{ B quadrato ter.} \\ - \text{ D plano.} \end{array}} \right\} \text{ æquabitur. } \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{E cubus.} \\ + \text{ B in E quadratum ter.} \\ + \text{ B quadrato ter.} \\ - \text{ D plano.} \end{array}} \right\} \begin{array}{l} \text{Z solido.} \\ - \text{ D plano in B.} \\ - \text{ D cubo.} \end{array}$$

vt est enunciatum.

THEOREMA. VI.

Si A cubus
— D plano in A. } æquetur z solido.

B — A esto E.

$$\begin{array}{l} \text{E cubus} \\ - \text{ B in E quadratum ter.} \\ + \text{ B quadrato ter.} \\ - \text{ D plano.} \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{E cubus} \\ - \text{ B in E quadratum ter.} \\ + \text{ B quadrato ter.} \\ - \text{ D plano.} \end{array}} \right\} \text{ in E. } \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{E cubus} \\ - \text{ B in E quadratum ter.} \\ + \text{ B quadrato ter.} \\ - \text{ D plano.} \end{array}} \right\} \text{ æquabitur. } \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{E cubus} \\ - \text{ B in E quadratum ter.} \\ + \text{ B quadrato ter.} \\ - \text{ D plano.} \end{array}} \right\} \begin{array}{l} \text{B cubo.} \\ - \text{ D plano in B.} \\ - \text{ Z solido.} \end{array}$$

Quoniam enim A cubus, minus D plano in A, æquatur z solido: est autem B — A Radici E equalis, igitur B — E æquabitur A. itaq; cubus abs B — E multatus solido abs D plano in B — E, æquabitur z solido: Cubus autem abs B — E constat.

$$\begin{array}{l} \text{B cubo} \\ - \text{ B quadrato in E ter.} \\ + \text{ B in E quadratum ter.} \\ - \text{ E cubo.} \end{array} \text{ Solidum vero affectionis. } \begin{array}{l} - \text{ D plano in B.} \\ + \text{ D plano in E.} \end{array}$$

Quare omnibus bene ordinatis.

$$\begin{array}{l} \text{E cubus.} \\ - \text{ B in E quadratum ter.} \\ + \text{ B quadrato ter.} \\ - \text{ D plano.} \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{E cubus.} \\ - \text{ B in E quadratum ter.} \\ + \text{ B quadrato ter.} \\ - \text{ D plano.} \end{array}} \right\} \text{ in E. } \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{E cubus.} \\ - \text{ B in E quadratum ter.} \\ + \text{ B quadrato ter.} \\ - \text{ D plano.} \end{array}} \right\} \text{ æquabitur. } \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{E cubus.} \\ - \text{ B in E quadratum ter.} \\ + \text{ B quadrato ter.} \\ - \text{ D plano.} \end{array}} \right\} \begin{array}{l} \text{B cubo.} \\ - \text{ D plano. in B.} \\ - \text{ Z solido.} \end{array}$$

vt est enunciatum.

THEOREMA. VII.

Si D planū in A
— A cubo. } æquetur Z solido.

A + B esto, E.

$$\begin{array}{l} \text{D planum.} \\ - \text{ B quadrato ter.} \\ + \text{ B in E quadratum ter.} \\ - \text{ E cubo} \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{D planum.} \\ - \text{ B quadrato ter.} \\ + \text{ B in E quadratum ter.} \\ - \text{ E cubo} \end{array}} \right\} \text{ in E. } \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{D planum.} \\ - \text{ B quadrato ter.} \\ + \text{ B in E quadratum ter.} \\ - \text{ E cubo} \end{array}} \right\} \text{ æquabitur. } \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{D planum.} \\ - \text{ B quadrato ter.} \\ + \text{ B in E quadratum ter.} \\ - \text{ E cubo} \end{array}} \right\} \begin{array}{l} \text{Z solido} \\ + \text{ D plano in B.} \\ - \text{ B cubo.} \end{array}$$

Quoniam enim D planum in A minus A cubo, æquatur, Z solido: est autem A + B radici E equalis, igitur E — B æquabitur A. itaque solidum abs D plano in E — B, multatum E — B

D

cubo, æquatur Z solido. Solidū autem abs D plano in E — B constat.

— D plano in E. Cubus vero ablatitius. — E cubo
— D plano in B. — B in E quadr. ter.
— B in E quadr. in E ter.
— B cubo.

Quare omnibus bene ordinatis.

D planū. } in B. } æquabitur. { Z solido.
— B quadrato ter. } — D plano in B
— B in E quadr. ter. } — B cubo.
— E cubo

vt est enunciatum.

THEOREMA. VIII.

Si D planū in A. { æquetur Z solido,
— A cubo
A — B esto E.

D planum. } in E. } æquabitur. { Z solido.
— B quadrato ter. } — D pl. in B
— B in E quadr. ter. } — B cubo.
— E cubo.

Quoniam enim D planum in A minus A cubo, æquatur z solido: est autem A — B Radici E æqualis, igitur E plus B æquabitur A. Itaq; solidum abs D plano in E + B multatum E + B cubo, æquabitur z solido. solidum autem abs D plano in E + B constat.

— E cubo.
— B in E quadr. ter.
— B quadr. in E ter.
— B cubo.
D plano in E Cubus vero ablatitius.
— D plano in B.

quare omnibus bene ordinatis.

D planū in } in E. } æquabitur. { Z solido.
— B quadratum ter. } — D plano in B.
— B in E quadratum ter. } — B cubo.
— E cubo.

vt est enunciatum.

THEOREMA. IX.

Si D planum in A. { æquetur Z solido.
— A cubo.
B — A esto E.

D planū. } in E. } æquabitur. { D plano in B.
— B quadrato ter. } — B cubo.
— B in E quadratum ter. } — Z solido.
— E cubo

ÆQUATIONVM.

27

Quoniam enim D planum in A, minus A cubo, æquatur Z solido: est autem B — A Radici E æqualis, igitur B — E æquabitur A: itaque D planum in B — E, minus B — E cubo, æquabitur z solido: solidum autem abs D plano in B — E constat.

D plano in B.
— D plano in E.

Cubus vero ablatitius.

— B cubo.
+ B quadr. in E ter.
— E quadr. in B ter.
+ E cubo.

Quare omnibus bene ordinatis.

D planū.
— B quadrato ter. } in E.
+ B in E quadratum ter. } æquabitur. { D plano in B:
— E cubo } — B cubo.
— Z solido.

vt est enunciatum.

Deductiua Potestatum aliquot, Radices planas solidasue habentium, a Potestatibus simplicium Radicum.

CAP. XII.

THEOREMA I.

Si A quadratum
+ B in A } æquetur Z plano.
B in A esto E quadratum.

E quadrato-quadratum.
+ B quadrato in E quadratum. } æquabitur B quadrato in Z planum.

Quoniā enim A quadratū + B in A æquatur Z plano: est autē B in A æquale E quadrato, igitur E quadratum æquabitur A: itaque quadratum abs $\frac{E \text{ quadrato}}{B}$ adiunctum plano sub B & $\frac{E \text{ quadrato}}{B}$.

id est $\frac{E \text{ quadrato-quadratum}}{B \text{ quadrato.}}$ } æquabitur z plano.
+ E quadrato.

Omnia ducantur in B quadratum, ergo
E quadrato-quadratum
+ B quadrato in E quadratum. } æquabitur B quadrato in z planum.
vt est enunciatum.

Quum autem ipsum E quadratum Radix statuatur plana, hæc erit æquationis enunciatio.

E plani quadratum.
+ B quadrato in E planum. } æquabitur B quadrato in z planum.

D ij

THEOREMA. II.

Si A quadratum, { æquetur z plano.
 — B in A.
 B in A esto E quadratum, planumue.
 — $\frac{E \text{ quadrato} \cdot \text{quadratum}}{B \text{ quadrato in } E \text{ quadratum.}}$ { æquabitur B quadrato in z planum.

ALITER.

— $\frac{B \text{ plani quadratum.}}{B \text{ quadrato in } E \text{ planum.}}$ { æquabitur B quadrato in z planum.

Nec dissimilis est ab ea, quæ in antecedente Theoremate, exposita est demonstratio.

THEOREMA. III.

Si B in A.
 — A quadrato { æquetur z plano.
 B in A esto E quadratum, planumue.
 — $\frac{B \text{ quadratum in } E \text{ quadratum.}}{E \text{ quadrato} \cdot \text{quadrato.}}$ { æquabitur B quadrato in z planum.

ALITER.

— $\frac{B \text{ quadratum in } E \text{ planum.}}{E \text{ plani quadrato.}}$ { æquabitur B quadrato in z planum.

Nec dissimilis est ab eâ quæ in primo huius capituli Theoremate, exposita est demonstratio.

THEOREMA. IIII.

Si A quadratum { æquetur Z plano.
 — B in A

B quadratum in A esto E cubus.

— $\frac{E \text{ cubo} \cdot \text{cubus.}}{B \text{ cubo in } E \text{ cubum.}}$ { æquabitur B quadrato-quadr. in z planum.

Quoniam enim A quadratum — B in A, æquatur z plano: est autem B quadratum in A æquale E cubo: igitur $\frac{E \text{ cubus}}{B \text{ quad}}$ æquabitur A:

itaque quadratum abs $\frac{E \text{ cubo}}{B \text{ quad}}$ plus $\frac{B \text{ in } E \text{ cub.}}{B \text{ quad.}}$ id est $\frac{E \text{ cubo} \cdot \text{cubus.}}{B \text{ quad.} \cdot \text{quad.}}$ plus

ÆQVATIONVM.

29

$\frac{E \text{ cubo}}{B}$ æquabitur Z plano. omnia ducantur in B quadrato-quadr.

ergo $\frac{E \text{ cubo-cubus.}}{+ B \text{ cubo in } E \text{ solidum}}$ } æquabitur B quadrato-quadr. in Z plan.
vt est enunciatum.

THEOREMA. V.

Si A quadratum } æquetur Z plano.
— B in A.

B quadratum in A esto E cubus, solidumue.

$\frac{E \text{ cubo-cubus.}}{- B \text{ cubo in } E \text{ cubum.}}$ } æquabitur B quad. quad. in Z planum.

Nec dissimilis est ab ea quæ in antecedente Theoremate exposita est demonstratio.

THEOREMA. VI.

Si B in A } æquetur Z plano.
— A quadrato.

B quadratum in A esto E cubus solidumue,

$\frac{B \text{ cubus in } E \text{ cubum.}}{- E \text{ cubo-cubo.}}$ } æquabitur B quadrato-quadr. in z planum.

Aliter.

$\frac{B \text{ cubus in } E \text{ solidum}}{- E \text{ solidi quadrato.}}$ } æquabitur B quad. quad. in z planum.

Nec dissimilis est ab eâ quæ in quarto huius capituli Theoremate, exposita est demonstratio.

THEOREMA. VII.

Si A cubus } æquetur z solido.
— B in A quadratum.

B in A esto E quadratum.

$\frac{E \text{ cubo-cubus.}}{+ B \text{ quad. in } E \text{ quad. quad.}}$ } æquabitur B cubo in z solidum.

Quoniam enim A cubus plus B in A quadratum, æquatur z solido: est autem B in A æquale E quadrato, igitur $\frac{E \text{ quadratum}}{B}$ æqua-

bitur A. quare ex iis quæ proponuntur. $\frac{E \text{ cubo-cubus.}}{B \text{ cubo.}}$ plus $\frac{E \text{ quad. quad.}}{B}$

æquabitur z solido: omnia in B cubum ducuntur.

D iij

Ergo E cubo-cubus, plus B quadrato in E quad. quad. æquabitur
B cubo in z solidum.

vt est enunciatum.

Quum autem ipsum E quadratum statuetur Radix plana, hæc erit
enunciatio.

E plani cubus.
→ B quadrato in E plani quadratum. } æquatur B cubo in z solidum.

THEOREMA. VIII.

Si A cubus.
→ B in A quadratum. } æquetur z solido.

B in A esto E quadratum, planumue.

E cubo-cubus
→ B quadrato in E quad. quad. } æquabitur B cubo in z solidum.

Aliter.

E plani cubus.
→ B quadrato in E plani quadratum } æquabitur B cubo in z solidum.

Nec dissimilis est ab eâ quæ in antecedente Theoremate expo-
sita est demonstratio.

THEOREMA. IX.

Si B in A qu.
→ A cubo. } æquetur z solido.

B in A esto E quadratum, planumue.

B quadratum in E quadrato-quad.
→ E cubo-cubo. } æquabitur B cubo in z solidum.

Aliter.

B quadratum in E plani quadratum
→ E plani cubo. } æquabitur B cubo in z solidum.

Nec dissimilis est ab eâ quæ in septimo huius capituli Theoremate,
exposita est demonstratio.

Deductiua Affectorum Quadrato-quadratorum ab Affectis Quadratis.

CAPVT. XIII.

De Quadrato-quadratis affectis sub Latere.

THEOREMA. I.

Si A quadratum { æquetur z plano.
+ B in A

A quad. quad. }
+ B cubo } in A. } æquabitur. { Z plano plano.
+ B in Z planum bis. } + B quadrato in Z planum.

Quoniam enim A quadratum plus B in A, æquetur z plano: igitur per Antithesin, A quadratum æquabitur ^{Z plano plano.} _{B in A.} ergo A

quad. quad. æquabitur ^{Z plano plano,} _{B in A in Z planum bis}
+ B quadrato in A quadratum.

At affectio B quadrati in A quadratum, interpretationem ex propositâ æquatione accipiens, valet ^{B quadratum in Z planum} _{B cubo in A.} qua-

re eâ interpretatione adscitâ, & omnibus bene ordinatis.

A quad. quad. }
+ B cubo. } in A } æquabitur. { Z plano-plano.
+ B in Z planum bis. } + B quadrato in Z planum.

vt est enunciatum.

Si IQ + 8 N. æquetur 20.

IQ Q. + 832 N. æquabitur. 1680.

THEOREMA. II.

Si A quadratum. } æquetur z plano.
- B in A

A quad. quad. }
- B cubo. } in A } æquabitur. { Z plano-plano.
- B in Z planum bis. } - B quadrato in Z planum.

ÆQVATIONVM.

33

*Si 1 Q. + 8 N. æquetur 20. composito ex 15. & 5.
1 Q. - 74. Q. + 240 N. æquabitur 200.*

THEOREMA. V.

Si A quadratum { æquetur } Splano
- B in A { } → D plano plano.

A quad. quad.
- D plano bis } in A quadratum { æquabitur } Splano-plano.
- B quadrato }
- B in Splano bis in A. } - D plano-plano.

Nec dissimilis est ab eâ quæ in antecedente capite exposita est demonstratio.

*Si 1 Q. - 8 N. æquatur 20. composito ex 15. & 5.
1 Q. - 74. Q. - 240 N. æquabitur. 200.*

THEOREMA. VI.

Si B in A. { æquetur } Splano.
- A quadrato. { } → D plano.

B quadratum }
- Splano bis } in A quadratum { æquabitur } Splano-plano.
- B in D plano bis in A. }
- A quad. quad. } - D plano-plano.

Nec dissimilis est ab eâ quæ in quarto huius capitis Theoremate, exposita est demonstratio.

*Si 12 N. - 1 Q. æquetur 20. composito ex 15. & 5.
114 Q. - 120. N. - 1 Q. æquabitur 200.*

De iisdem Aliter.

THEOREMA. VII.

Si A quadratum { æquetur } Splano.
+ B in A { } - D plano.

A quad. quad.
+ D plano bis } in A quadratum. { æquabitur } Splano-plano.
- B quadrato. }
+ B in Splano bis in A. } - D plano-plano.

Quoniam enim A quadratum plus B in A, æquatur Splano minus D plano: igitur per Antithesin.

E

DE RECOGNITIONE

A quadratum } æquabitur { S plano.
+ D plano. } — B in A.

Vtraque igitur pars ducatur quadraticæ: ergo

A quadrato-quadratum.
+ D plano in A quadratum bis } æquabitur { S plano-plano.
+ D plano-plano. } — B in S planum in A bis
+ B quadrato in A quadratum

Et omnibus rite ordinatis.

A quadrato-quadratum
+ D plano bis } in A quadratum. } æquabitur { S plano-plano
— B quadrato. } — D plano-plano.
+ B in S planum bis in A

ut est enūciatum.

Si 1 Q. + 8 N. æquetur 20. differentia inter 40. & 60.

1 Q. + 16 Q. + 960 N. æquabitur 2000.

THEOREMA. VIII.

Si A quadratum } æquetur { S plano.
— B in A } — D plano.

A quadrato-quadratum.
+ D plano bis. } in A quadratum. } æquabitur. { S plano-plano.
— B quadrato. } — D plano-plano.
— B in S planum bis in A.

Nec dissimilis est ab eâ quæ in antecedente Theoremate exposita est demonstratio.

Si 1 Q. — 8 N. æquetur 20. differentia inter 40. & 60.

1 Q. + 16 Q. — 960 N. æquabitur 2000.

THEOREMA. IX.

Si B in A } æquetur { S plano.
— A quadrato. } — D plano.

B in D planum bis in A.
+ B quadrato. } in A quadratum. } æquabitur { S plano-plano.
— S plano bis. } — D plano-plano.
— A quadrato-quadrato.

Nec dissimilis est ab eâ quæ in septimo huius Theorematis capite exposita est demonstratio.

Si 12 N. — 1 Q. æquetur 20. differentia inter 40. & 60.

960 N. + 24 Q. — 1 Q. æquabitur 2000.

De Quadrato-quadratis affectis sub Cubo.

THEOREMA. X.

Si A quadratum
 $\rightarrow B$ in A. $\left\{ \begin{array}{l} \text{æquetur } z \text{ plano.} \end{array} \right.$

A quadr. quadr. $\left\{ \begin{array}{l} +B \text{ in } z \text{ planum bis} \\ +B \text{ cubo} \\ \hline Z \text{ plano.} \\ +B \text{ quadrato.} \end{array} \right\} \text{ id est } A \text{ cub. } \left\{ \begin{array}{l} \text{æquab. } \frac{Z \text{ pl. plano.}}{Z \text{ plano.}} \\ +B \text{ quad.} \end{array} \right.$

Quoniam enim A quadratum plus B in A æquatur z plano: igitur per Antithesin, A quadratum æquabitur Z plano, $-B$ in A, omnia ducantur in A, ergo A cubus æquatur z plano in A, $-B$ in A quadratum: seu aliter ex designato A quadrati valore.

A cubus æquatur $\frac{Z \text{ plano in A.}}{B \text{ in } Z \text{ planum.}}$
 $\rightarrow B$ quadrato in A.

Et vtraque parte huius æquationis diuisâ per z planum $\rightarrow B$ quad.

$\frac{A \text{ cubus.}}{+Z \text{ plano in B.}} \left\{ \begin{array}{l} \text{æquabitur } A. \end{array} \right.$
 $\frac{z \text{ plano}}{+B \text{ quad.}}$

Quod igitur dicitur, A quadratum æquari z plano, $-B$ in A, id ipsum ex designato A valore ita exprimitur.

A quadratum æquatur. $\frac{Z \text{ plano-plano.}}{B \text{ in A cubum.}}$
 $\frac{Z \text{ plano.}}{+B \text{ quad.}}$

Rursus venio ad primam propositam æquationem:

$\frac{A \text{ quad.}}{+B \text{ in A.}} \left\{ \begin{array}{l} \text{æquari } z \text{ plano.} \end{array} \right.$

Vtraque pars ducitor quadraticæ: igitur

$\frac{A \text{ quad. quad.}}{+B \text{ in A cub. bis}} \left\{ \begin{array}{l} \text{æquabitur } z \text{ plano-plano.} \end{array} \right.$
 $\frac{+B \text{ quad. in A quad.}}$

Iam affectio B quadrati in A quadratum, interpretationem accipito ex postremum designato A quadrati valore, ipsa erit

$\frac{B \text{ quad. in } Z \text{ plano-plano.}}{B \text{ cubo in A cubum.}}$
 $\frac{Z \text{ plano.}}{+B \text{ quad.}}$

E ij

Quâ interpretatione adscitâ, & omnibus rite ordinatis,

$$\begin{array}{lcl}
 \begin{array}{l} + B \text{ in } Z \text{ planum bis} \\ + B \text{ cubo} \\ \hline Z \text{ plano} \\ + B \text{ quad.} \end{array} & \left. \vphantom{\begin{array}{l} + B \text{ in } Z \text{ planum bis} \\ + B \text{ cubo} \\ \hline Z \text{ plano} \\ + B \text{ quad.} \end{array}} \right\} \text{ in } A \text{ cub.} & \left. \vphantom{\begin{array}{l} + B \text{ in } Z \text{ planum bis} \\ + B \text{ cubo} \\ \hline Z \text{ plano} \\ + B \text{ quad.} \end{array}} \right\} \text{ aquab. } \begin{array}{l} Z \text{ pl. pl. pl.} \\ Z \text{ plano} \\ \hline + B \text{ quad.} \end{array}
 \end{array}$$

A quad. quad.

vt est ordinatum.

Si 1 Q. + 14 N. aquatur. 147.

1 Q Q. + 20 C. aquabitur 9261.

THEOREMA. XI.

Si A quadratum } aquetur Z plano.
— B in A.

$$\begin{array}{lcl}
 \begin{array}{l} - B \text{ in } Z \text{ Planum bis} \\ - B \text{ cubo} \\ \hline Z \text{ plano} \\ + B \text{ quadrato.} \end{array} & \left. \vphantom{\begin{array}{l} - B \text{ in } Z \text{ Planum bis} \\ - B \text{ cubo} \\ \hline Z \text{ plano} \\ + B \text{ quadrato.} \end{array}} \right\} \text{ in } A \text{ cub.} & \text{aquab. } \left. \vphantom{\begin{array}{l} - B \text{ in } Z \text{ Planum bis} \\ - B \text{ cubo} \\ \hline Z \text{ plano} \\ + B \text{ quadrato.} \end{array}} \right\} \begin{array}{l} Z \text{ plano-pl. pl.} \\ Z \text{ plano} \\ \hline + B \text{ quad.} \end{array}
 \end{array}$$

A quad. quad.

Nec dissimilis est ab ea quæ in antecedente Theoremate exposita est demonstratio.

Si 1 Q. — 14 N. aquetur 147.

1 Q Q. — 20 C. aquabitur 9261.

THEOREMA. XII.

Si B in A } aquetur Z plano.
— A quadrato,

$$\begin{array}{lcl}
 \begin{array}{l} B \text{ cubus.} \\ - B \text{ in } Z \text{ planum bis.} \\ \hline B \text{ quadrato.} \\ - Z \text{ plano} \\ - A \text{ quadrato-quadrato.} \end{array} & \left. \vphantom{\begin{array}{l} B \text{ cubus.} \\ - B \text{ in } Z \text{ planum bis.} \\ \hline B \text{ quadrato.} \\ - Z \text{ plano} \\ - A \text{ quadrato-quadrato.} \end{array}} \right\} \text{ in } A \text{ cubum.} & \left. \vphantom{\begin{array}{l} B \text{ cubus.} \\ - B \text{ in } Z \text{ planum bis.} \\ \hline B \text{ quadrato.} \\ - Z \text{ plano} \\ - A \text{ quadrato-quadrato.} \end{array}} \right\} \text{ aquabitur } \begin{array}{l} Z \text{ plano-plano-plano.} \\ B \text{ quadrato.} \\ \hline - Z \text{ plano.} \end{array}
 \end{array}$$

Nec dissimilis est ab eâ quæ in decimo huius capituli Theoremate exposita est demonstratio.

Si 11 N. — 1 Q. aquetur 98.

15. C. — 1 Q Q. aquabitur 2744.

*Deductina affectorum aliquot Cuborum ab affectis
Quadratis.*

CAPVT. XIII.

THEOREMA. I.

Si A quadratum, $\left\{ \begin{array}{l} + B \text{ in } A. \\ B \text{ quadratum} \\ + Z \text{ plano} \\ - A \text{ cubo.} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{æquetur } z \text{ plano.} \\ \text{æquabitur } B \text{ in } z \text{ planum.} \end{array}$

Quoniam enim $\left\{ \begin{array}{l} A \text{ quadratum} \\ + B \text{ in } A. \end{array} \right\} \text{æquatur } Z \text{ plano.}$

omnia ducantur in A: igitur.

$\left\{ \begin{array}{l} A \text{ cubus} \\ + B \text{ in } A \text{ quadratum.} \end{array} \right\} \text{æquabitur } z \text{ plano in } A.$

Sed & ex ijs quæ proposita sunt, A quadratū æquatur $\left\{ \begin{array}{l} Z \text{ plano} \\ - B \text{ in } A. \end{array} \right\}$
quare adscitâ eâ interpretatione in æquatione cubicâ, ad exprimē-
dum valorem solidi B in A quadratum.

$\left\{ \begin{array}{l} A \text{ cubus} \\ + B \text{ in } Z \text{ planum} \\ - B \text{ quadrato in } A \end{array} \right\} \text{æquabitur } z \text{ plano in } A.$

& omnibus ritè ordinatis.

$\left\{ \begin{array}{l} Z \text{ planum} \\ + B \text{ quadrato.} \\ - A \text{ cubo.} \end{array} \right\} \text{in } A \left\{ \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \text{æquabitur } B \text{ in } z \text{ planum.}$

vt est enunciatum.

Si 1 Q. + 8 N. æquetur 20.

84 N. - 1 C. æquabitur 160.

THEOREMA. II.

Si A quadratum $\left\{ \begin{array}{l} - B \text{ in } A \end{array} \right\} \text{æquetur } Z \text{ plano.}$

$\left\{ \begin{array}{l} A \text{ cubus.} \\ - B \text{ quadrato} \\ - Z \text{ plano.} \end{array} \right\} \text{in } A \left\{ \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \text{æquabitur } B \text{ in } z \text{ planum.}$

Nec dissimilis est ab ea quæ in antecedente Theoremate exposi-
ta est demonstratio.

E iij

*Si 12. — 8 N. æquetur 20.
16 — 84. N. æquabitur 160.*

THEOREMA. III.

Si B in A. { æquetur z plano.
— A quadrato

B quadratum } in A { æquabitur B in z planum.
— Z plano
— A cubo

Nec dissimilis est ab eà quæ in primo huius capituli Theoremate, exposita est demonstratio.

*Si 12 N. — 1 Q. æquatur 20.
124 N. — 1 C. æquabitur 240.*

THEOREMA IIII.

Si A quadratū. { æquetur B in D.
— B in A

A cubus. } æquabitur B in D quadratum.
— B — D in A quadratum

Quoniam enim A quadratum — B in A, æquatur B in D, omnia ducantur in A, igitur — B in A quadratum. } æquabitur B in D in A

Sed & ex ijs quæ proponuntur $\frac{B \text{ in } D}{A \text{ quadrato.}}$ { æquatur A.

Quare ea interpretatione adscitâ ad exprimendum valorem solidi B in D in A. $\frac{A \text{ cubus}}{B \text{ in } A \text{ quadratum.}}$ } æquabitur $\frac{B \text{ in } D \text{ quadratum.}}{D \text{ in } A \text{ quadratum.}}$

& adhibita congrua methatesi

A cubus, } æquabitur B in D quadratum.
— B — D in A quad.

ut est ordinatum.

*Si 12. — 16 N. æquatur 80. facto ex 16. in 5.
16. — 21. N. æquabitur 400.*

THEOREMA. V.

Si $\begin{matrix} A \text{ quadratū} \\ - B \text{ in } A \end{matrix} \left\{ \begin{matrix} \text{æquetur } B \text{ in } D. \\ B \rightarrow D \text{ in } A \text{ quadratum.} \\ - A \text{ cubo} \end{matrix} \right\} \text{æquabitur } B \text{ in } D \text{ quadratum.}$

Nec dissimilis est ab ea, quæ in antecedente Theoremate, exposita est demonstratio.

Si 1 Q. — 16 N. æquetur 80. factō ex 16. in 5.

21. Q. — 1 C. æquabitur 400.

THEOREMA. VI.

Si $\begin{matrix} B \text{ in } A \\ - A \text{ quadrato.} \end{matrix} \left\{ \begin{matrix} \text{æquetur } B \text{ in } D. \\ B \rightarrow D \text{ in } A \text{ quadratum.} \\ - A \text{ cubo.} \end{matrix} \right\} \text{æquabitur } B \text{ in } D \text{ quadratum.}$

Nec dissimilis est ab eâ quæ in quarto huius capituli Theoremate, exposita est demonstratio.

Si 9 N. — 1 Q. æquetur 18. factō ex 9. in 2.

7 Q. — 1 C. æquabitur 36.

Ambiguitates Radicum quarum Potestates de homogeneis adfectionum in adæquationibus negantur, demonstratæ.

CAP. XV.

Ostendendum est quum in æquationibus Potestates de homogeneis adfectionum negantur, Radices esse Ancipites.

Proponatur differentia inter B & A esse æqualis S: & sit B maior quam S. aut igitur excessus est penes B, vel penes A.

Primo casu, B — A æquetur S: itaque B — S fit A

Secundo casu A — B æquetur S. itaque B + S fit A. quoniam autem primo casu B — A æquatur S, vtrique pars æqualitatis ducatur quadraticè, igitur

$\begin{matrix} B \text{ quadratum} \\ - B \text{ in } A \text{ bis} \\ + A \text{ quadrato.} \end{matrix} \left\{ \begin{matrix} \text{æquabitur } S \text{ quadrato.} \\ B \text{ in } A \text{ bis.} \\ - A \text{ quadrato.} \end{matrix} \right\} \text{æquale fit } \left\{ \begin{matrix} B \text{ quadrato.} \\ - S \text{ quadrato.} \end{matrix} \right.$

& æqualitate ordinata.

DE RECOGNITIONE

Quoniã vero secundo casu, $A - B$ æquatur S , vtraque pars æqualitatis ducatur quadraticè, igitur $\left. \begin{array}{l} B \text{ quadrarum} \\ - B \text{ in } A \text{ bis.} \\ + A \text{ quadrato.} \end{array} \right\} \text{æquabitur } S$
 quad. & æqualitate ordinata, $\left. \begin{array}{l} B \text{ in } A \text{ bis.} \\ - A \text{ quad.} \end{array} \right\} \text{rursus æquale fit. } \left\{ \begin{array}{l} Bq. \\ - Sq. \end{array} \right.$

Vtroque igitur casu in eandem inciditur æquationis formulam: est autem Radix duplex: ipsa vero formula æquationis est, vt planum sub latere, addiciatur multâ quadrati.

Sit $B 6. S 4. A 1 N.$

$12 N. - 1 Q. æquatur 20. Et fit 1 N. 6 - 4. \text{ vel } 6 - 4.$

Quam Amphiboliam in omnibus similibus æquationibus locum habere satis intelligitur, vt si proponatur $\left. \begin{array}{l} D \text{ in } A \\ - A \text{ quadrato.} \end{array} \right\} \text{æquari } Z \text{ plano: ipsa } D, \text{ dicetur esse } B \text{ bis, \& } z \text{ planum esse } S \text{ quadratum minus } B \text{ quadrato.}$

Porro, per sextum Theorema antecedentis Capitis, apparet ab ea quadrati ambigui æquatione, deriuari cubos negatos de solidis sub Parodico gradu: & per tertium, sextum, & nonum, Capitis duodecimi, ab eadem deriuari quadrato-quadrata negata de plano-planis sub Parodico gradu, quod ad vltioris ordinis æquationes posse extendi satis fit manifestum.

De Syncrifi.

CAP. XVI.

Syncrifi est duarum æquationum correlatarum mutua inter se adprehendendum earum constitutionem collatio.

Duæ autem æquationes correlatæ intelliguntur, quum ambæ similes sunt, & præterea iisdem datis magnitudinibus constant, siue adfectionum Parabolis, siue adfectionum homogeneis. Radices tamen ideo diuersæ sunt, quoniam vel ipsæ æquationum formulæ de duabus pluribusue Radicibus, ex sui cõstitutione sunt explicabiles, vel in ijs diuersa est adfectionum qualitas, seu nota.

Ac de simplicioribus quidem correlatis sufficiet doctrina, id est vna tantum adfectione obuolutis, vt pote quarum vi, de ijs quæ passionibus

sionibus abundant, Plastics peritus ratiocinabitur securè.

Correlatarum igitur simpliciorum æquationum, tres sunt differentia.

Prima est Ancipitum, in quarum utraque Potestas negatur de homogenea adfectionis.

Altera est Contradicientium, in quarum una Potestas adficitur adfirmate, in altera negate.

Tertia est Inuersarum, in quarum una, Potestas adficitur multâ homogenea adfectionis, in altera e contrâ, homogenea adfectionis multatur Potestate.

Siue autem Ancipitum, siue Contradicientium, siue Inuersarum æquationum constitutio, Syncrifi cognoscetur probè: Ineunda siquidem Syncriseos hæc est ratio. quoniam enim quæ uni æquatur inter se æqualia sunt: proponuntur autem Potestates duæ adficientes, adfectuæ, eidem datæ omnino magnitudini homogeneæ comparari, ipsum autem adfectum, adficiæ sue homogeneum, utriusque potestati immixtum, fieri sub Parodicis iisdem gradibus, eademque parabola: ergo Potestas Radicis una cum homogeneo sub suo gradu Parodico, æquabitur Potestati alterius una cum homogeneo sub suo quoque gradu Parodico: & translatis ad unam ita constitutæ quoque æquationis partem Potestatibus, ad alteram vero, ijs quæ sub gradibus sunt adfectionum homogeneis, erit rursum æqualitas. vnde quum differentia aut aggregatum Potestatum, applicabitur ad differentiam vel aggregatum laterum, (vter vero terminus, opus indicabit.) faciet oriri magnitudinem Parabolæ æqualem: cuius ideo euidenter erit constitutio.

Quod si postea utraque positarum æquationum, Syncrifi expositarum, non iam sub ipsamet Parabola exhibeatur, seu sub æquo Parabolæ (prout eius constitutio agnita fuit.) valore: quod ordinabitur, erit consequenter dato comparationis homogeneo æquale, cuius ideo constitutio non poterit ignorari: quoniam orientur illud ex facti ab aggregato vel differentia Radicum, aut graduum, in planum sub Radicibus applicatione ad eundem cui antecedens applicatio facta est terminum, siue differentiam, siue aggregatum.

Secundum quæ, proficiscuntur Parabolæ adfectionum in Ancipitibus, ex applicatione differentia Potestatum ad differentiam eorum quos metitur Parabola graduum.

F

Homogenea vero comparationum, ex applicatione differentiarum factorum reciproce, à Potestate vnius Radicis in gradum alterius, ad prædictam cui altera applicatio facta est, graduum differentiam. Id autem obiter est demonstrandum.

PROBLEMA. I.

DVarum Ancipitum æquationum constitutionem, ex Syncrifi dignoscere.

Proponatur $\begin{array}{l} \text{B parabola in A gradum.} \\ \text{— A potestate.} \end{array} \} \text{æquari z homogeneæ.}$
 & rursus eadem $\begin{array}{l} \text{B parabola in E gradum.} \\ \text{— E potestate.} \end{array} \} \text{æquari z homogeneæ.}$

Vnde par existit gradus & par Potestas: oportet ex Syncrifi earum æquationum constitutionem dignoscere.

Quoniam igitur quæ vni æquantur æqualia sunt inter se: manifestum est. $\begin{array}{l} \text{B parabolam in A gradum.} \\ \text{— A potestate.} \end{array} \} \text{æquari.} \} \begin{array}{l} \text{B parabolæ in E gradum.} \\ \text{— E potestate.} \end{array}$

& per Antithesin, statuendo si placet A maiorem quam E, quod quidem hic liberum est, propter præsuppositam Radicem ἀμφιβολίαν.

$\begin{array}{l} \text{A potestas.} \\ \text{— E potestate} \end{array} \} \text{æquabitur} \} \begin{array}{l} \text{B parabolæ in A gradum.} \\ \text{— B parabola in E gradum.} \end{array}$
 Et omnib. per A gradum — E gradu diuisis $\begin{array}{l} \text{A potestas.} \\ \text{— E potestate.} \\ \text{A gradui.} \\ \text{— E gradu.} \end{array} \} \text{æqu. B parab.}$

Oritur ergo B parabola, ex applicatione differentiarum Potestatum ad differentiam graduum: ut est constitutum.

Porro, quum B parabola in A gradum, minus A Potestate, æquetur z homogeneæ, in locum B paraboles subrogetur iam agnitus eius valor, & ea subrogatione æquatio reformatur: ergo

$\begin{array}{l} \text{A potestas in E gradum.} \\ \text{— E potestate in A gradum.} \\ \text{A gradui} \\ \text{— E gradu.} \end{array} \} \text{æquabitur z homogeneæ.}$

Oritur ergo z homogenea ex applicatione differentiarum factorum reciproce, a Potestate vnius Radicis in gradum alterius, ad differentiam graduum: ut est quoque constitutum.

In Specie.

Proponatur $\frac{B \text{ in } A}{A \text{ quadrato.}}$ } æquari z plano.

Et rursus $\frac{B \text{ in } E}{E \text{ quadrato.}}$ } æquari z plano.

Oportet ex Syncrifi earum æquationum constitutionem dignoscere: quoniam igitur quæ vni æquantur æqualia sunt inter se, manifestum est

$$\frac{B \text{ in } A}{A \text{ quadrato.}} \} \text{æquari} \} \frac{B \text{ in } E}{E \text{ quadrato.}}$$

Et per Antithesin, statuendo si placet A maiorem quam E, quod quidem hic liberum est, propter suppositā Radicum ἀμφοβολίαν.

$$\frac{A \text{ quadratum.}}{E \text{ quadrato}} \} \text{æquabitur} \} \frac{B \text{ in } A}{B \text{ in } E.}$$

& omnibus per A — E diuisis.

$$\frac{A \text{ quadratum.}}{E \text{ quadrato}} \} \text{id est } A \rightarrow E, \text{ æquabitur } B.$$

Est igitur B summa duorum de quibus quæritur laterum, oriunda ex applicatione differentiæ quadratorum, ad differentiam laterū, vt est generaliter constitutum.

Porro quū $\frac{B \text{ in } A}{A \text{ quadr.}}$ } æquetur Z plano, si in locum B, subrogetur iam agnitus ipsius valor $\frac{A \text{ quadratum.}}{E \text{ quadrato.}}$ seu A → E.

$$\frac{A \text{ quadratum in } E.}{E \text{ quadrato in } A.} \} \text{id est } E \text{ in } A. \text{ æquabitur } z \text{ plano.}$$

Est igitur Z planum, id quod fit sub duobus de quibus quæritur lateribus, ortum ex differentiæ factorum reciproce à quadrato vnius, in Radicem alterius applicatione, ad differentiam laterum: vt est quoque generaliter constitutum.

Aliud.

Proponatur $\frac{B \text{ planum in } A}{A \text{ cubo}}$ } æquari z solido.

& rursus $\frac{B \text{ planum in } E}{E \text{ cubo.}}$ } æquari z solido.

Oportet ex Syncrifi earum æquationum constitutionem dignoscere: quoniam igitur quæ vni æquantur æqualia sunt inter se, manifestum est

$$\frac{B \text{ planum in } A}{A \text{ cubo.}} \} \text{æquari} \} \frac{B \text{ plano in } E}{E \text{ cubo.}}$$

Et per Antithesin, statuendo si placet A maiorem quam E, quod

F ij

quidem hic liberum est, propter suppositam Radicum ἀμφιβολίαν.

$$\begin{array}{l} \text{A cubus.} \\ \text{—E cubo.} \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{A cubus.} \\ \text{—E cubo.} \end{array}} \right\} \text{æquabitur} \left\{ \begin{array}{l} \text{B plano in A.} \\ \text{—B plano in E.} \end{array} \right.$$

Et omnibus per A diuisis — $\frac{\text{A cubus.}}{\text{A — E}} \text{ — } \frac{\text{E cubo}}{\text{A — E}}$ id est $\frac{\text{A quad.}}{\text{+E quad.}} \left\{ \begin{array}{l} \text{+A in E.} \\ \text{+E quad.} \end{array} \right\} \text{æqua. B pl.}$

Est igitur B planum aggregatum quadratorum a duobus de quibus quaritur lateribus, adiunctum ei quod sub ijs fit plano: & oritur ex applicatione differentiarum cuborum ad differentiam laterum: ut est generaliter constitutum.

Porro quoniam $\frac{\text{B planum in A}}{\text{—A cubo}}$ æquetur Z s. si in locum B pl. subrogetur.

agnitus eius valor, nempe — $\frac{\text{A cubus.}}{\text{A — E}} \text{ — } \frac{\text{E cubo}}{\text{A — E}}$ seu $\frac{\text{A quadratum.}}{\text{+E quadrato}} \left\{ \begin{array}{l} \text{+A in E.} \\ \text{+E quadrato} \end{array} \right.$

$\frac{\text{A cubus in E.}}{\text{—E cubo in A.}} \text{ id est } \frac{\text{A quadratum in E.}}{\text{+E quadrato in A.}}$ æquabitur Z solido.

Est igitur Z solidum quod fit ab aggregato laterum, in planum sub lateribus, & oritur ex differentiarum ipsorum factorum, reciproce à cubo unius lateris in latus alterius, applicatione ad differentiam ipsorum laterum: ut est quoque constitutum.

Constitutio igitur propositarum æquationum tandem ex Syn-
crisi agnita est: ut faciendum erat.

Placeat exhibere formulam æquationis Ancipitis quadraticæ, de Radice F & G, hac minore, illa maiore explicabilis.

dixero $\frac{\text{F + G in A}}{\text{—A quadrato}}$ } æquari F in G: & fieri A, F vel G.

Sit F 10. G 2. A 1 N. formula æquationis erit 12 N. — 1 Q. æquabitur 20.
explicabilis de 10. vel 2.

Placeat exhibere formulam æquationis cubi negati de homogeneo adfectionis sub latere, ut sit Radix de F vel G explicabilis.

dixero $\frac{\text{F quadratum}}{\text{+G quadrato}} \left\{ \begin{array}{l} \text{+F in G.} \\ \text{—A cubo.} \end{array} \right\} \text{in A} \left. \vphantom{\frac{\text{F quadratum}}{\text{+G quadrato}}} \right\} \text{æquari} \left\{ \begin{array}{l} \text{F in G quad.} \\ \text{+G in F quad.} \end{array} \right. \text{ & fieri A, F vel G}$

Sit F 10 G 2. A 1 N. formula æquationis erit 124 N. — 1 C. æquabitur. 240.
explicabilis de 10 vel 2.

In Contradictentibus, coefficientes sub graduales proficiuntur ex applicatione differentiarum Potestatum, ad aggregatum eorum quos sustinent coefficientes graduum.

Homogenea vero datæ mensuræ, ex applicatione aggregati factorum reciproce, à Potestate Radicis vnus in gradum alterius, ad prædictum cui altera applicatio facta est graduum aggregatum: id autem quoque obiter est demonstrandum.

PROBLEMA. II.

DVarum contradicentium æquationum constitutionem ex Syncrifi agnoscere.

Proponatur $\begin{matrix} A \text{ potestas.} \\ + B \text{ coefficiente in } A \text{ gradū} \end{matrix} \} \text{æquari } z \text{ homogeneo.}$

Et rursus $\begin{matrix} E \text{ potestas} \\ - \text{eadē } B \text{ coefficiente in } E \text{ gradū.} \end{matrix} \} \text{æquari eidē } Z \text{ homogeneo.}$

Vnde par existit gradus & par Potestas: oportet ex Syncrifi earum æquationum constitutionem agnoscere.

Quoniam igitur quæ vni æquantur æqualia sunt inter se, manifestum est.

$\begin{matrix} A \text{ potestatem} \\ + B \text{ coefficiente in } A \text{ gradum.} \end{matrix} \} \text{æquari } \begin{matrix} E \text{ potestati} \\ - B \text{ coefficiente in } E \text{ gradum.} \end{matrix}$
& per Antithesin $\begin{matrix} E \text{ potestatem} \\ - A \text{ potestate.} \end{matrix} \} \text{æquari } \begin{matrix} B \text{ coefficienti in } E \text{ gradum.} \\ + B \text{ coefficiente in } A \text{ gradum.} \end{matrix}$

Itaque omnibus per E gradum $+ A$ gradu diuisis.

$\begin{matrix} E \text{ potestas.} \\ - A \text{ potestate.} \\ \hline E \text{ gradui} \\ + A \text{ gradu.} \end{matrix} \} \text{æquabitur } B \text{ coefficienti.}$

Oritur ergo B coefficientis subgradualis, ex applicatione differentiae Potestatum, ad aggregatum eorum quos sustinet coefficientis graduum: vt est constitutum.

Porro quum $\begin{matrix} A \text{ potestas.} \\ + B \text{ coefficiente in } A \text{ gradum.} \end{matrix} \} \text{æquetur } z \text{ homogeneo.}$

In locum B coefficientis, subrogetur iamagnitus eius valor, videlicet

$\begin{matrix} E \text{ potestas} \\ - A \text{ potestate.} \\ \hline E \text{ gradui.} \\ + A \text{ gradu} \end{matrix} \} \text{ & eā subrogatione æquatio reformetur.}$

ergo A potestas plus $\begin{matrix} E \text{ potestate} \\ - A \text{ potestate} \\ \hline E \text{ gradui.} \\ + A \text{ gradu.} \end{matrix} \} \text{ in } A \text{ gradum.} \} \text{æqu. } z \text{ homogeneo.}$

hoc est omnib. rite ordinatis. $\begin{matrix} A \text{ potestas in } E \text{ grad.} \\ + E \text{ potestate in } A \text{ grad.} \\ \hline E \text{ gradui.} \\ + A \text{ gradu.} \end{matrix} \} \text{æq. } z \text{ homogen.}$

F iij

Oritur ergo Z homogenea, ex applicatione aggregati factorum reciproce à Potestate Radicis vnus, in gradū alterius, ad prædictū cui altera applicatio facta est graduum aggregatum : vt est secundo loco enunciatum.

In Inuersis plane negatis, coefficientes subgraduales proficiscuntur ex applicatione aggregati Potestatum, ad aggregatum eorum in quos coëfficiens est graduum.

Homogenea vero datę mensurę, ex applicatione differentię factorum reciproce à Potestate Radicis vnus, in gradum alterius, ad prædictum cui altera applicatio facta est graduum in quos coëfficiens subgradualis est, aggregatum.

Idem quoque obiter est demonstrandum.

PROBLEMA. III.

DVarum Inuersarum æquationum constitutionem, ex Syncri si agnoscere.

Proponatur $\begin{matrix} A \text{ potestas.} \\ - B \text{ coëfficiente in } A \text{ gradum.} \\ - E \text{ potestate.} \end{matrix}$ } æquari z homogeneo.
& rursus eadē $\begin{matrix} B \text{ coëfficiens in } E \text{ gradum.} \\ - E \text{ potestate.} \end{matrix}$ } æquari eidem z homog.

Vnde intelligantur A & E pares gradus, atque adeo pares Potestates: Oporteat autem æqualitatum harū constitutionem agnoscere. Quoniam igitur quę vni æquantur æqualia sunt inter se, manifestum fit ex ijs quę proponuntur.

$\begin{matrix} A \text{ potestatem} \\ - B \text{ coëfficiente in } A \text{ gradum.} \end{matrix}$ } æquari $\begin{matrix} B \text{ coëfficienti in } E \text{ gradum.} \\ - E \text{ potestate} \end{matrix}$
& per Antithesin $\begin{matrix} A \text{ potestatem} \\ - E \text{ potestate.} \end{matrix}$ } æquari $\begin{matrix} B \text{ coëfficienti in } A \text{ gradum.} \\ - B \text{ coëfficiente in } E \text{ gradum.} \end{matrix}$

Itaque omnibus per E gradum $\rightarrow A$ gradu diuisis.

$\begin{matrix} A \text{ potestas.} \\ - E \text{ potestate.} \\ A \text{ gradui} \\ - E \text{ gradu} \end{matrix}$ } æquabitur B coëfficienti.

Idipsum autem est quod primo loco enunciatur.

Porro quum $\begin{matrix} A \text{ potestas.} \\ - B \text{ coëfficiente subgraduali in } A \text{ grad.} \end{matrix}$ } æquetur z homog.
In locum B coëfficientis, subrogetur æquus valor, videlicet.

$\begin{matrix} A \text{ potestas} \\ - E \text{ potestate.} \\ A \text{ gradui.} \\ - E \text{ gradu.} \end{matrix}$ } igitur A potestas minus $\begin{matrix} A \text{ potestate in } A \text{ gradum.} \\ - A \text{ potestate in } E \text{ gradum.} \\ A \text{ gradui} \\ - E \text{ gradu.} \end{matrix}$

æquabitur z homogæneo: hoc est omnibus rite ordinatis.

$$\left. \begin{array}{l} \text{A potestas in E gradum.} \\ - \text{E potestate in A gradum.} \\ \hline \text{A gradui.} \\ + \text{E gradu.} \end{array} \right\} \text{æquabitur z homogæneo.}$$

Quod ipsum est quod secundo loco enunciatur.

In Inuersis autem quarum vna per adfirmationem adfcitur, altera per negationem, coefficientes subgraduales proficiscuntur ex applicatione aggregati Potestatum ad differentiam eorum, in quos coefficiens est graduum.

Homogenea vero datæ mensuræ, ex applicatione aggregati factorum reciproce, a Potestate Radicis vnus in gradum alterius, ad prædictam cui altera applicatio facta est graduum in quos coefficiens est, differentiam. Id autem quoque obiter est demonstrandū.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Proponatur si quidẽ} \\ \text{Et rursus eadẽ} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{A potestas.} \\ + \text{B coefficiente in A gradu} \\ \text{B coefficientes in E gradu.} \\ - \text{E potestate.} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{æquariz homogæneo.} \\ \text{æquari eidẽ Z homogæneo.} \end{array} \right.$$

Vnde intelligantur A & E pares gradus, atque adeo pares Potestates: oporteat autem æqualitatum harum constitutionem agnoscere. Quoniam igitur quæ vni æquantur, æqualia sunt inter se, manifestum fit ex iis quæ proponuntur.

$$\left. \begin{array}{l} \text{A potestatem} \\ + \text{E potestate.} \end{array} \right\} \text{æquari} \left\{ \begin{array}{l} \text{B coefficienti in E gradum.} \\ - \text{B coefficiente in A gradum.} \end{array} \right.$$

Itaque omnibus per E gradum, minus A gradu diuisis.

$$\left. \begin{array}{l} \text{E potestas} \\ + \text{A potestate.} \\ \hline \text{E gradui.} \\ - \text{A gradu.} \end{array} \right\} \text{æquabitur B coefficienti.}$$

Quod ipsum est quod primo loco enunciatur.

$$\text{Porro quũ} \left. \begin{array}{l} \text{A potestas.} \\ + \text{B coefficiente in A gradum.} \end{array} \right\} \text{æquetur z homogæneo:}$$

In locũ B coefficientis subgrad. subrogetur æquus valor, videlicet

$$\left. \begin{array}{l} \text{E potestas} \\ + \text{A potestate} \\ \hline \text{E gradui} \\ - \text{A gradu.} \end{array} \right\}$$

$$\text{igitur A potestas plus} \left. \begin{array}{l} \text{E potestate} \\ + \text{A potestate} \\ \hline \text{E gradui.} \\ - \text{A gradu.} \end{array} \right\} \text{in A gradum.} \left\{ \text{æqu. z homogæneo.} \right.$$

hoc est omnib. rite ordinatis.

$$\left. \begin{array}{l} \text{A potestas in E grad.} \\ + \text{E potestate in A grad.} \\ \hline \text{E gradui.} \\ - \text{A gradu.} \end{array} \right\} \text{æq. z. homogen.}$$

Quod ipsum est quod secundo loco enunciatur.

Et ancipites quidem dicimus omnino & in omni Potestatum ordine efficaces, quoniam agnita semel magistra, liberior est ad comitem transitus, ut ex zeteticis clarum est.

At Contradicentes & Inuersæ, interdum efficaces sunt, interdum minimè, idque è gradu Potestatis definitur, ut pote Contradicentes sub latere, ita demum sunt efficaces, si hærent in quadrato, vel Potestatibus exinde alternis, videlicet, quadrato - quadrato, cubo - cubo: & eo continuo ordine.

In base autem & Potestatibus exinde alternis, videlicet cubo, & quadrato - cubo, & eo continuo ordine, censemus pigras & inefficaces: quoniam nihil solatii præsidiiue afferunt Analystæ, quò si bi pateat ad *ἐπιβαλλόμενας* facilior sæliciorue aditus.

Ut contra, Inuersæ sub latere, quum vtraque negata est, efficaces sunt si hærent sub cubo, quadrato - cubo, &c.

Causa est, quod quando differentia potestatum applicatur ad differentiam Radicum, quæ inde oritur magnitudo, æqua fit effectis continuè proportionalibus ab Radicibus iisdem, serie vndique affirmata, in quocunque Potestatum ordine, secundum ea quæ exposita sunt in Capite de Genesi potestatum à Binomia Radice.

At quum differentia Potestatum applicatur ad aggregatū Radicum, quæ inde oritur magnitudo, æqua fit effectis continuè proportionalibus prosaphæreticè alterne tantummodo, quum Potestates sunt cubi, quadrato - cubi, & eo deinceps ordine incedentes alterne.

Cæterum dum aggregatum Potestatum applicatur ad differentiam Radicum, nulla inde occurrit magnitudo æqua proportionalibus continuè effectis, siue per gradus scalæ numero pares, siue impares, Climacticæ magnitudines procedant.

Syncritica Doctrinæ Geometricæ Phrasis.

CAP. XVII.

HÆc autem Syncritica iudicia, exornantur & expoliuntur per aliquot analogias, quibus excitatur Geometrica Mechanice, ac euidentior fit & paratior.

PRO-

PROPOSITIO. I.

Si fuerit series trium proportionalium: est vt prima ad tertiam, ita quadratum e prima, ad quadratum e secunda.

Et si quatuor; Est vt prima ad quartam, ita cubus e prima, ad cubum e secunda.

Et si quinque: est vt prima ad quintam, ita quadrato-quadratum e prima, ad quadrato-quadratum e secundâ.

Et si sex: est vt prima sextâ, ita quadrato-cubus e prima, ad quadrato cubum e secunda.

Et si septem: est vt prima ad septimâ, ita cubo-cubus e prima, ad cubo-cubum e secunda.

Nam quadratum est potestas rationis duplicatæ, cubus, triplicatæ, Quadrato quadratum, quadruplicatæ, &c. vt alibi annotatum est: itaque Potestatibus singulis, suæ addicuntur proportionalium series, secundum earum conditionem.

PROPOSITIO. II.

Si fuerit series trium proportionalium: est vt prima ad tertiam, ita aggregatum quadratorum a singulis duabus primis, ad aggregatum quadratorum a singulis duabus postremis.

Et si quatuor: est vt prima ad quartam, ita aggregatū cuborum a singulis tribus primis, ad aggregatum cuborum a singulis tribus postremis.

Et si quinque: est vt prima ad quintam, ita aggregatum quadrato-quadratorum a singulis quatuor primis, ad aggregatum quadrato-quadratorum a singulis duabus postremis.

Et si sex: est vt prima ad sextam, ita aggregatum qua-

G

50 DE RECOGNITIONE
drato-cuborum a singulis quinque primis, ad aggregatum quadrato-cuborum à singulis quinque postremis.

Et si septem: est vt prima ad septimam ita aggregatū cubo-cuborum à singulis sex primis, ad aggregatum cubo-cuborum a singulis sex postremis.

Quoniam enim vt prima ad tertiam, ita est quadratum primæ ad quadratum secundæ, vt vero quadratum primæ ad quadratum secundæ, ita quadratum secundæ ad quadratum tertiæ: Ergo per Syneresin, est vt prima ad tertiam, ita quadratum primæ plus quadrato secundæ, ad quadratum secundæ plus quadrato tertiæ. Nec dissimiliter in reliquis seriebus proportionalium & conditionarijs secundum rationem extremarum Potestatibus, licet argue-re & rationari.

PROPOSITIO. III.

SI fuerit series trium proportionalium: est vt prima ad tertiam, ita quadratum compositæ e duabus primis, ad quadratum compositæ e duabus postremis.

Et si quatuor: est vt prima ad quartam, ita cubus cōpositæ ex tribus primis, ad cubum compositæ ex tribus postremis.

Et si quinque: est vt prima ad quintam, ita quadrato-quadratum compositæ e quatuor primis, ad quadrato-quadratum compositæ e quatuor postremis.

Et si sex: est vt prima ad sextam, ita quadrato-cubus compositæ e quinque primis, ad quadrato-cubum compositæ e quinque postremis.

Et si septem: est vt prima ad septimam, ita cubo-cubus compositæ ex sex primis, ad cubo-cubum compositæ ex sex postremis.

Per Syneresin enim, est vt prima ad secundam, ita composita ex omnibus minus primâ, ad compositam ex omnibus minus alterâ

ÆQUATIONVM.

5r

extremâ, quotcunque proportionalium sit series. In vnaquaque autem serie exponitur sua potestas conditionaria: id est tantuplicata rationis, quam extremarum comparatio exigit.

PROPOSITIO. IIII.

SI fuerit series trium proportionalium: est vt prima ad tertiam, ita differentia quadratorum a duabus primis, ad differentiâ quadratorû a duabus postremis.

Et si quatuor: est vt prima ad quartam, ita differentia cuborum à tribus primis alterne sumptis, ad differentiam cuborum à tribus postremis alterne sumptis.

Et si quinque: est vt prima ad quintam, ita differentia quadrato-quadratorum à quatuor primis alterne sumptis, ad differentiam quadrato-quadratorum a quatuor postremis alterne sumptis.

Et si sex: est vt prima ad sextam, ita differentia quadrato-cuborum a quinque primis alterne sumptis, ad differentiam quadrato-cuborum a quinque postremis alterne sumptis.

Et si septem: est vt prima ad septimam ita differentia cubo-cuborum a sex primis alterne sumptis, ad differentiam cubo-cuborum a sex postremis alterne sumptis.

PROPOSITIO. V.

SI fuerit series trium proportionalium: est vt prima ad tertiam, ita quadratum differentiaë duarum primarû, ad quadratum differentiaë duarum postremarum.

Et si quatuor: est vt prima ad quartam, ita cubus differentiaë trium primarum alterne sumptarum, ad cubum differentiaë trium postremarum alterne sumptarum.

G ij

Et si quinque: est vt prima ad quintam, ita quadrato-quadratum differentia quatuor primarum alterné sumptarum, ad quadrato-quadratum differentia quatuor postremarum alterné sumptarum.

Et si sex: est vt prima ad sextam, ita quadrato-cubus differentia quinque primarum alterné sumptarum, ad quadrato-cubum differentia quinque postremarum alterné sumptarum.

Et si septem: est vt prima ad septimam, ita cubo-cubus differentia sex primarum alterné sumptarum, ad cubo-cubum differentia sex postremarum alterne sumptarum.

PROPOSITIO. VI.

Si fuerint quatuor continué proportionales, solidum compositum ex cubo quartæ, & triplo cubo secundæ, differt a solido composito ex cubo primæ & triplo cubo tertiæ, per cubum differentia extremarum.

Sint quatuor continué proportionales B, D, F, G, & sit G maior extrema, dico

$$\left. \begin{array}{l} \text{G cubum.} \\ + \text{D cubo ter} \\ - \text{B cubo} \\ - \text{F cubo ter.} \end{array} \right\} \text{equari } G - B \text{ cubo.}$$

Enim-vero $G - B$ cubus constat

$$\left. \begin{array}{l} \text{G cubo} \\ - \text{B in G qu ter} \\ + \text{B qu. in G ter} \\ - \text{B cubo.} \end{array} \right\} \text{cōparetur autem } \left\{ \begin{array}{l} \text{G cub.} \\ + \text{D c. ter} \\ - \text{B cub.} \\ - \text{F c. ter} \end{array} \right.$$

Super est vt

$$\left. \begin{array}{l} \text{B quadratum in G ter} \\ - \text{B in G quadratum ter} \end{array} \right\} \text{æquetur } \left\{ \begin{array}{l} \text{D cubo ter.} \\ - \text{F cubo ter.} \end{array} \right.$$

Id autem ita se habet, nam B quadratum in G est D cubus, & B in G quadratum, F cubus.

PROPOSITIO. VII.

Si fuerint quatuor continué proportionales, solidum compositum ex cubo quartæ & triplo cubo secundæ, adiunctum solido composito ex cubo primæ & triplo cubo tertiæ, æquatur cubo aggregati extremarum.

Eadem enim viget quæ in antecedente Theoremate demonstratio.

Æquationum Ancipitum constitutiva.

CAP. XVIII.

Agnitæ per Syncrison ancipites æquationes, aut Plasmatis resolutione, aut denique zeteseos vi, isto modo fere se habent.

De affectis sub depresso gradu, seu Latere.

PROPOSITIO. I.

Si B in A
— A quadrato, { æquetur Z plano.

Est B composita e duobus lateribus, sub quibus quod fit rectangulum, æquum est Z plano, & fit A latus maius minusve.

Sunt duo latera 2. & 10. dicetur 12. N. — I æquari 20. & fiet 1 N. 2. vel 10.

PROPOSITIO. II.

Si B planū in A
— A cubo { æquetur Z solido.

Est B planum compositum ex quadratis trium proportionaliū, & Z solidum quod fit ductu alterius extremæ in aggregatum quadratorum à reliquis, & fit A prima vel tertia.

G iij

*Sunt proportionales. 2. l. 20. 10. dicitur 124 N. — 1 C. avari 240. & fit 1 N.
2. vel 10.*

PROPOSITIO. III.

Si B solidum in A {æquetur Z plano-plano.
— A quadrato-quadrato.

Est B solidum compositum ex cubis quatuor continuè proportionalium: & z plano-planum quod fit ductu alterius extremæ, in aggregatum cuborum a tribus reliquis: & fit A prima vel quarta.

Sunt continuè proportionales. 2. l. 40. l. 200. 10.

Dicitur 1,248 N. — 1 Q. avari 2,480. & fiet 1 N. 2. vel 10.

PROPOSITIO. IV.

Si B plano-planum in A {æquetur z plano-solido.
— A quadrato-cubo

Est B plano-planum compositum ex quadrato-quadratis quinque continuè proportionalium: & z plano solidum quod fit ductu alterius extremæ in aggregatum quadrato-quadratorum a quatuor reliquis: & fit A prima vel quinta.

Sunt continuè proportionales 2. l. 20.80. l. 20. l. 2,000. 10.

Dicitur 12,496 N. — 1 Q. avari. 24,960. & fiet 1 N. 2. vel 10.

PROPOSITIO. V.

Si B plano-solidum in A. {æquetur z solido-solido.
A cubo-cubo.

Est B plano-solidum compositum ex quadrato-cubis sex continue proportionalium: & z solido-solidum quod fit ductu alterius extremæ in aggregatum quadrato-cuborum a quinque reliquis: & fit A prima vel sexta.

Sunt continuè proportionales:

2. l. 20.160. l. 20.800. l. 20.4,000. l. 20.20,000. 10.

Dicitur, 124,992. N. — 1 C. avari 249,920. & fit 1 N. 2. vel 10.

*De affectis sub elatiore gradu, seu Lateri
reciproco.*

PROPOSITIO VI.

Si B in A quadratum, {æquetur Z solido.
— A cubo

Est B composita ex tribus proportionalibus, & z solidū quod fit ductu alterius extremæ, in quadratum compositæ è duabus reliquis: & fit A composita è duabus primis: vel è duabus postremis.

*Sint proportionales, 1. 2. 4.
Dicetur 7 Q. — 1 C. æquari 36. & fit 1 N. 3. vel 6.*

PROPOSITIO. VII.

Si B in A cubum {æquetur Z plano-plano.
— A quadrato-quadrato.

Est B composita ex quatuor continuè proportionalibus, & z plano-planum, quod fit ductu alterius extremæ in cubum compositæ e tribus reliquis: & fit A, composita e tribus primis, vel è tribus postremis.

*Sint continue proportionales 1. 2. 4. 8.
Dicetur 15 C. — 1 Q. æquari 2,744. & fit 1 N. 7. vel 14.*

PROPOSITIO. VIII.

Si B in A quadrato-quadratum. {æquetur z plano-solido.
— A quadrato-cubo.

Est B composita ex quinque continuè proportionalibus: & z plano-solidū quod fit ductu alterius extremæ in quadrato-quadratum compositæ e quatuor reliquis: Et fit A composita ex quatuor primis vel quatuor postremis.

*Sint continue proportionales 1. 2. 4. 8. 16,
3122. — 1 Q. æquabitur 810,000. & fit 1 N. 15. vel 30.*

PROPOSITIO. IX.

Si B in A quadrato-cubum
— A cubo-cubo. {æquetur z solido-solido.

Est B composita ex sex continue proportionalibus, & z solido-solidum quod fit ductu alterius extremæ in quadrato-cubum cōpositæ a reliquis: & fit A composita ex quinque primis vel e quinque postremis.

Sint continuè proportionales 1. 2. 4. 8. 16. 32.

63 Q C:—1 C C. æquatur. 916, 132, 832. & fit 1 N. 31. vel 62.

*De affectis sub gradibus intermedijs quæ per interpreta-
tionem deprimuntur.*

PROPOSITIO. X.

Si B planum in A quadratum.
— A quadrato-quadrato. {æquetur z plano-plano.

Est B planum compositum ex duobus quadratis duorum laterum, quorum primi ductu in secundum fit Z plano-planum: & fit A quadratum maius duorum, minusue.

Sint latera 1. 4. dicitur 17 Q.—1 Q Q æquari 16. & fit 1 N. 1. vel 4.

Quod si unus numerus intelligatur quadratum, Radixue plana.

17 N.—1 Q. æquabitur 16. & fit 1 N. 1. vel 16.

PROPOSITIO. XI.

Si B solidum in A cubum.
— A cubo-cubo. {æquetur Z solido-solido.

Est B solidum compositum ex duobus cubis, quorum primi ductu in secundum fit Z solido-solidum, & fit A cubus maior duorum minorue.

Sunt latera 1. 8. dicitur 513 C.—1 C C. æquari 512. & fit 1 N. 1. vel 8.

Quod si 1 N. intelligatur cubus Radixue solida, 513 N.—1 Q. æquabitur 512.

& fit 1 N. 1. vel 512.

PRO-

PROPOSITIO. XII.

Si B plano-planum in A quadratum, { æquetur Z solido-solid.
— A cubo-cubo.

Est B planum compositum ex quadratis trium planorum proportionalium, & z solido-solidum quod fit ab vno plano in aggregatum quadratorum à duobus reliquis planis: & fit A quadratum, maius minusue.

Sunt tria plana proportionalia.

1. 2. 4.

Dicetur. 21 Q. — 1 C C. æquari 20. & fit 1 N. 1. vel 2.

Quod si 1 N. intelligatur quadratum Radixue plana, 21. N. — 1 C. æquabitur 20. & fiet 1 N. 1. vel 4.

PROPOSITIO. XIII.

Si B planum in A quadr. quadratum, { æquetur z solido-solido.
— A cubo-cubo.

Est B planum compositum a tribus planis proportionalibus, & z solido-solidum quod fit ab vno plano, in quadratū compositi ex duobus reliquis: & fit A quadratum, maius duorum minusue.

Sint tria proportionalia plana 5. 20. 80.

Dicetur 105 Q Q. — 1 C C. æquari 50,000. et fit 1 N. 5. vel 10.

Inuentio autem trium planorum proportionalium, quorum medium adscito siue primo siue postremo, sit quadratum numero, patet ex hac serie.

<i>B quadrato-quadratum.</i>	<i>B quad. in G. quad.</i>	<i>G quad. quad.</i>
B quadrato	B quad.	B quad.
+ G quadrato	+ G quad.	+ G quad.

Dictante videlicet zetesi.

Sit enim medium planorum E planum: & primum statuatur B quadratum minus E plano, postremum, G quadratum minus E plano: quum igitur primo plano addetur E planum, fiet quadratū, nempe B quadratum: restat igitur vt ea tria plana proportionalia sint, & consequenter quod a medio fit in se, æquetur ei quod fit ab extremis, quâ comparatione secundum artem initâ.

<i>B quad. in G quad.</i>	
B quad.	Inuenitur æquari E plano.
+ G quad.	

H

Sit B 1. G 2. plana quæ sita erunt $\frac{1}{5}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{16}{5}$

Medium adscito primo facit 1. adscito vero secundo 4. eadem plana ducantur in aliquod quadratum ut pote 25. fiunt 5. 20. 80. qualia ad exemplum adsumpta sunt.

De reliquis.

PROPOSITIO. XIII.

Si B solidum in A quad. {æquetur z plano-solido.
— A quadrato. cubo

Est B solidum constans cubo compositæ è duabus primis in serie trium proportionalium, plus cubo compositæ è duabus postremis, & insuper solido, quod fit ductu alterius extremarum in quadratum compositæ ex secunda & tertia.

Et z plano solidū quod fit à B solido minus cubo à duabus primis, in quad. cōpositæ ex prima & secunda, vel a cubo compositæ ex secunda & tertia, plus solido sub tertia, & quadrato compositæ ex prima & secunda, in quadratum compositæ ex prima & secunda:

Et fit A composita ex duabus primis, vel composita ex duabus postremis.

Sint proportionales 1. 2. 4. 2792 — 12 æquabitur 2, 268. & fit 1. 3. vel 6.

PROPOSITIO. XV.

Si B planum in A cubum. {æquetur z plano-solido.
— A quadrato. cubo.

Est B planum constans quadrato compositæ à tribus primis in serie quatuor cōtinuè proportionalium, plus quadrato compositæ è tribus postremis, minus plano quod fit à tertia, in compositam ex tertia, secunda, & prima: vel à secunda in compositam ex secunda, tertia & quartâ.

Et Z plano-solidum quod fit à B plano, minus quadrato compositæ ex tribus primis, in cubum compositæ è tribus postremis: vel abs B plano, minus quadrato compositæ ex tribus postremis, in cubum compositæ ex tribus primis, & fit A composita ex tribus primis, vel composita ex tribus postremis.

Sint proportionales continuè 1. 2. 4. 8.

2172 — 12 æquabitur 57, 624. & fit 1. 7. vel 14.

Æqualitatum Contradicientium Constitutiva.

CAP. XIX.

Contradicientium autem constitutio est huiusmodi.

PROPOSITIO. I.

Si A quadratum
+ B in A. {æquetur Z plano.

Et rursus } E quadratum
- B in E {æquetur z plano.

Sunt duo latera quorum differentia est B, quod autem sub eis fit,
æquum est z plano, & fit A minus latus & maius.

Sunt latera 1. 2. 1 Q. + 1 N. æquatur 2. & fit 1 N. 1.

Rursus 1 Q. - 1 N. æquabitur 2. & fit 1 N. 2.

PROPOSITIO. II.

Si A quadrato-quadratum
+ B solido in A. {æquetur z plano-plano.

Et rursus } E quadrato-quadr.
- B solido in E {æquetur z plano-plano.

Sunt quatuor continuè proportionales, a quibus cubi alternè
sumpti differunt per B solidum. Fit autem z plano-planum, ductu
alterius extremæ in differentiam cuborum a reliquis alterne sum-
ptorum: & est A prima minor inter extremas, E quarta.

Sunt continuè proportionales 1. 1c. 2. 1c. 4. 2.

1 Q Q + 5 N. æquabitur 6. & fit 1 N. 1.

Rursus 1 Q Q - 5 N. æquabitur 6 & fit 1 N. 2.

PROPOSITIO. III.

Si A cubo-cubus.
+ B plano solido in A. {æquetur z solido-solido.

A ij

DE RECOGNITIONE

E cubo-cubus.
 & rursus } — B plano-solido in E { æquetur z solido-solido.

Sunt sex continuè proportionales, a quibus quadrato-cubialterne sumpti, differunt per B plano-solidum. Fit autem z solido-solidum, ductu alterius extremæ in differentiam quadrato-cuborū a reliquis alterne sumptorum, & est A prima minor inter exremas, E sexta.

Sunt proportionales continuè 1. 100. 2. 100. 4. 100. 8. 100. 16. 2.

1 C C. — 21 N. æquatur 22. & fit 1 N. 1.

Et rursus 1 C C. — 21 N. æquabitur 22. & fit 1 N. 2.

PROPOSITIO IIII.

Si A quadrato-quadratum.
 — B in A cubum. { æquetur z plano-plano.

Et rursus } E quadrato-quadratum { æquetur z plano-plano.
 — B in E cubum.

Sunt quatuor continue proportionales, quarum alterne sumptarum differentia est B: & fit z plano-planum, ductu vtriusvis extremæ, in cubum differentia reliquarum alterne sumptarum, & dum intelligitur prima, minor inter extremas, est A differentia alterne sumpta trium primarum, E differentia trium postremarum.

Sunt proportionales continuè 1. 2. 4. 8.

100. — 5 c. æquabitur 216. & fit 1 N. 3.

Et rursus 100. — 5 c. æquabitur 216. & fit 1 N. 6.

PROPOSITIO V.

Si A cubo-cubus
 — B in A quadrato-cubum { æquetur z solido-solido.

E cubo-cubus.
 Et rursus } — B in E quadrato-cubum { æquetur z solido-solido.

Sunt sex continue proportionales, quarum alterne sumptarum differentia est B: fit autem z solido-solidum, ductu vtriusvis extremæ in quadrato-cubum differentia reliquarum alterne sumptarū, & dum intelligitur prima, minor inter extremas, fit A differentia alterne sumpta quinque primarū, & E differentia quinque postremarum.

ÆQVATIONVM.

61

Sunto continue proportionales. 1. 2. 4. 8. 16. 32.

1 CC. + 21 QC. æquatur 5, 153, 632. & fit 1 N. 11.

Et rursus 1 CC. — 21 QC. æquabitur 5, 153, 632. & fit 1 N. 22.

Æqualitatum Inuersarum Constitutiuæ.

CAP. XX.

Inuersarum denique Systatica sunt hæc.

PROPOSITIO. I.

Si B planū in A {æquetur Z solido.
— A cubo

& rursus { E cubus
— B plano in E {æquetur Z solido.

Sunt tres proportionales, a quibus quadrata alterne sumpta, differunt per B planum: fit autem z solidum, ductu alterius extremæ in differentiam quadratorum a reliquis: & est A prima minor inter extremas, E tertia.

Sunto proportionales 1. 1.2. 2.

3 N. — 1 C æquabitur 2. & fit 1 N. 1.

Et rursus 1 C — 3 N. æquabitur 2. & fit 1 N. 2.

PROPOSITIO. II.

Si B plano-planū in A {æquetur z plano-solido.
— A quadrato-cubo.

E quadrato-cubus
Et rursus { — B plano-plano in A {æquetur z plano-solido.

Sunt quinque continue proportionales longitudines, a quibus quadrato-quadrata alterne sumpta, differunt per B plano-planum. Fit autem z plano-solidum, ductu alterius extremæ in differentiam quadrato-quadratorum a reliquis alterne sumptis: & fit A prima minor inter extremas, E quinta.

Sint continue proportionales 1, 1.QQ.2. 1QQ.4. 1QQ.8. 2.

11 N. — 1 QC. æquatur 10. et fit 1 N. 1.

Et rursus 1 QC. — 11 N. æquatur 10. et fit 1 N. 2.

H iij

DE RECOGNITIONE
PROPOSITIO. III.

Si B in A quadratum { æquetur z solido.
+ A cubo.

& rursus } B in E quadratum { æquetur z solido.
- E cubo.

Sunt tres proportionales, quarum alternè sumptarum differentia est B: fit autem z solidum ductu alterutrius extremæ in quadratum differentiæ reliquarum alterne sumptarum: & dum intelligitur prima, minor inter extremas, est A differentia alternè sumpta duarum primarum, E differentia duarum postremarum.

Sunt proportionales, 1. 2. 4.

3 Q + 1 C æquatur 4. & fit 1 N. 1.

Et rursus 3 Q - 1 C æquatur 4. & fit 1 N. 2.

PROPOSITIO. IV.

Si B in A quadrato-quadratum { æquetur z plano-solido.
+ A quadrato-cubo.

& rursus } B in E quadrato-quadratum. { æquetur z pl. solido.
- E quadrato-cubo.

Sunt quinque proportionales, quarum alternè sumptarum differentia est B: fit autem Z plano-solidum ductu alterutrius extremæ in quadrato-quadratum differentiæ reliquarum alterne sumptarum: & dum intelligitur prima, minor inter extremas, est A differentia alterne sumpta quatuor primarum, E differentia quatuor postremarum.

Sunt proportionales 1. 2. 4. 8. 16.

11 Q Q. + 1 Q C. æquatur 10,000. & fit 1 N. 5.

Et rursus 11 Q Q - 1 Q C. æquatur 10,000. & fit 1 N. 10.

PROPOSITIO. V.

Si B planum in A cubum. { æquetur z plano-solido.
+ A quadrato-cubo.

& rursus } B planum in E cub. { æquetur Z plano-solido.
- E quadrato-cubo.

ÆQVATIONVM.

63

Sunt sex proportionales continue, quarum extremæ ductæ in differentiam quartæ & primæ, faciunt B planum: fit autē z pl. solid. ex cubo differentia quartæ & primæ, in B pl. plus eiusdem differentia quadrato: vel ex cubo differentia quintæ & secundæ in B planū, multatum illius differentia inter quintā & secundā quad. & quum prima intelligitur minor inter extremas, fit A differentia quartæ & primæ, & E differentia quintæ & secundæ.

Sunt proportionales 1. 2. 4. 8. 16. 32.
 $231C \rightarrow 1QC$ æquatur 96,040, & fit IN.7.
 Et rursus $231C - 1QC$ æquatur 96,040. & fit IN.14.

PROPOSITIO. VI.

Si B solidum in A quad. } æquetur z plano-solido.
 $\rightarrow A$ quadrato-cubo.

B solidum in E quadratum } æquetur z plano-solido.
 & rursus $- E$ quadrato-cubo.

Sunt sex proportionales continue, quarum extremæ ductæ in quadratum a differentia tertiæ & primæ, faciunt B solidum: fit autem z plano-planum à B solido, plus cubo à differentia tertiæ & primæ, in quadratum differentia eiusdem, vel a B solido minus cubo a differentia secundæ, & quartæ, in quadratum differentia illius inter secundam et quartam, et quum prima intelligitur minor inter extremas, fit A tertia minus primâ, E quarta minus secunda.

Sunt proportionales 1. 2. 4. 8. 16. 32.
 $297Q \rightarrow 1QC$ æquatur 2,916 & fit IN.3.
 Et rursus $297Q - 1QC$ æquatur 2,916 & fit IN.6.

Alia rursus æqualitatum Inuersarum Constitutina.

CAP. XXI.

PROPOSITIO. I.

Si B planum in A } æquetur z solido.
 $- A$ cubo

E cubus } æquetur z solido.
 & rursus $- B$ plano in E.

Sunt tres proportionales, quarum quadrata iuncta, conficiunt B planum, summa autem extremarum ducta in mediæ quadratū, vel altera extremarum in aggregatum quadratorum a duabus reliquis, facit z solidum: & fit A alterutra extremarum, E vero earundem summa.

Sunt proportionales 1. 2. 4.

21 N. — 1 C. aquatur 20. & fit 1 N. 1. vel 4.

Et rursus 1 C. — 21 N. aquatur 20. & fit 1 N. 5.

PROPOSITIO. II.

Si B in A quadratum. {æquetur z solidum.
— A cubo.

& rursus } B in E quadratum {æquetur z solidum.
— E cubo

Sunt tres proportionales Radices, quarum summa est B, composita autem e duabus primis adiecta compositæ a duabus reliquis, dum ducitur in mediæ quadratum, vel altera extremarum in quadratum compositæ a duabus reliquis, facit z solidum. & fit A alterutra prædictarum compositarum, E media inter extremas.

Sunt proportionales 1. 2. 4.

7 Q. — 1 C. aquatur 36. et fit 1 N. 3. vel 6.

Et rursus 7 Q. — 1 C. aquatur 36. et fit 1 N. 2.





FRANCISCI

VIETAE FONTENAEENSIS
DE ÆQVATIONVM EMENDATIONE
TRACTATVS SECVNDVS.

*De Solennibus quinque modis præparandarum
Æquationum, aduersus earum in numeris
ΔΥΣΜΗΧΑΝΙΑΝ.*

Ac Primum.

*De Expurgatione per Vncias, quæ Remedium est
aduersus Πολυπαθείαν.*

CAPVT. I.



GNITA æquationum constitutione, Analysta
ad præparandum eas quæ suam alioquin mecha-
nicè respiciunt, aut demum agré subeunt, tuto se
confert, & sua præparatione efficit *ἐνμήχανας*. &
præparandi quidem generalis doctrina est, vt no-
ua zetesis instituat, vel Plasmatis, aut Syncri-
feos vestigia repetantur, ac denique nullus non
tentetur transmutandi modus: sed non desunt Analystæ singula-

I

ria & Topica remedia, aduersus vicia quæque æquationum, impedimentaue, quo minus fœliciter siue re, siue numero explicentur: fere autem quæ profunt Geometræ ad *ἐυμηχανίαν*, profunt & Arithmetico, vel etiam è contrâ. At etiam de effectiõibus Geometricis dicetur specialius suo loco: nunc autem circa numerosam Analysin magis esse intentum, nostri est instituti.

Præparationum igitur præsertim in numeris, solennes & speciales modi sunt fere quinque.

I. Expurgatio per Vncias.

II. Transmutatio *Πρώτον ἑσχατον*.

III. Anastrophe.

IIII. Isomeria.

V. Climactica Paraplerosis.

Omnino aduersus *πολυπαθείαν* tutissimum ac paratissimum remedium est, Expurgatio per Vncias.

Est autem species transmutationis per additionem, vel subtractionẽ. Hæc æquationes Potestatum adfectarum sub extremo paradico gradu, quem sustinet coëfficiens Radici homogenea, regulariter eâ adfectione liberantur, saluâ numerorum Symmetria. & in quadratis est Diahemisy, in cubis Diatritemorion, in quadrato-quadratis Diatetartemorion, in quadrato-cubis Diapentemoriõ, in cubo cubis, Diectemorion, & eo in infinitum ordine: quoniam adfectiones sub eo gradu, proficiscuntur à cremento, decrementoue, quo intelligitur adfecta Radix de quâ, cuiusue Potestate, purâ vel adfectâ, primum proponebatur æquatio.

Huius autem cremento decrementiue duplum, est coëfficiens sub latere in quadratis: & triplum, coëfficiens sub quadrato in cubis: & quadruplum, coëfficiens sub cubo in quadrato-quadratis: & quintuplum coëfficiens sub quadrato-quadrato, in quadrato-cubis: & sextuplum denique, coëfficiens sub quadrato-cubo, in cubo-cubis: & eo in infinitum ordine.

Itaque ad delendum Plasma, contraria retrogradaque viâ sumuntur Vnciæ conditionariæ coëfficientium Radici homogenearum: in quadratis videlicet, semis, in cubis triens, in quadrato-quadratis quadrans, in quadrato-cubis quintans, in cubo-cubis sextans, & eo continuo ordine: atque illis vncijs conditionarijs

adficitur Radix, atque adeo arte fit transmutatio.

Totius itaque operis structura, tres casuum differentias admittit.

Primo, sit A Potestas adfecta per adiunctionem homogenei sub B coefficiente, & A Parodico extremo gradu: quoniam igitur ea adfectio affirmata est, adficietur Radix affirmata a conditionarijs B coefficientis vncijs, & ita adfecta, statuatur E, vnde E minus conditionarijs B coefficientis vncijs, æquabitur A, sub qua noua specie, æquatio primum proposita dirigetur, & ordinabitur noua, quæ omnino eueniet immunis ab adfectione sub gradu extremo: vt opus comprobabit.

Secundo: sit A Potestas adfecta per multam homogenei sub B coefficiente, & A extremo Parodico gradu: quoniam igitur ea adfectio negata est, adficietur A negata a conditionarijs B coefficientis vncijs, & ita adfecta statuatur esse E, vnde E plus conditionarijs illis B coefficientis vncijs æquabitur A, sub quâ nouâ specie, æquatio primam proposita dirigetur & ordinabitur noua, quæ omnino eueniet immunis ab adfectione sub gradu extremo: vt opus comprobabit.

Postremô: sit homogeneum sub B coefficiente, & A extremo gradu, adfectum per multam A Potestatis, quoniam igitur Potestas potius adficit quam adficitur, vt pote quæ negatur de homogeneo adfectionis, conditionariæ B coefficientis vnciæ multabuntur A Potestate, & statuentur esse E, vnde eadem B coefficientis vnciæ minus Radice E, æquabuntur A, sub quâ noua specie æquatio primum proposita dirigetur, & ordinabitur noua, quæ omnino eueniet immunis ab adfectione sub gradu extremo: vt opus comprobabit.

Exemplum in Quadrato.

Proponatur A quadratum plus Bin A, æquari z plano: quoniam igitur in Climacticarum magnitudinum ordine, latus quadrato proxime succedit, proponitur autem hic quadratum adfectum sub latere, omnino æqualitas Plasmatica est, aliundeue efficta: est autem affectio illa adfirmata, itaque Plasma fuit per additionem semissis coefficientis sub latere, prout conditio quadrati, quæ Potestas est rationis duplicitatæ exposcit.

I ij

Ad tollendum igitur Plasma, fiat Expurgatio Diahemisy: & idcirco $A + B$ esto E , ergo $E - B$ erit A , & consequenter quadratum abs $E - B$ adiunctum plano sub B bis in $E - B$, æquabitur Z plano, per ea quæ proponuntur: æqualitas igitur de E , secundum artem ordinetur: omnibus rite peractis, deprehendetur E quadr. æquari Z plano, plus B quadrato: quæ quidem noua æquatio, pura est ab adfectione sub latere, quâ primum proposita æquatio ob-
ruebatur: quum autem innotescet E , non poterit A ignorari, propter datam inter eas Radices differentiam: præstat si quidem E ipsi A per longitudinem B . quare factum est quod oportuit.

Exemplum in cubo.

PROponatur A cubus plus B in A quadratum ter, plus D plano in A , æquari Z solido: quoniam igitur in magnitudinum Climacticarum ordine, quadratum cubo proximè succedit, proponitur autem hic cubus adfectus utique sub quadrato, omnino æqualitas Plasmatrica est, aliundeue efficta. est autem adfectio illa adfirmata, quare Plasma fuit per additionem trientis B coefficientis, prout conditio cubi, quæ Potestas est rationis triplicata, exposcit. ad tollendum igitur Plasma, fiat Expurgatio Diatritemorion, & idcirco $A + B$ esto E , ergo $E - B$ valebit A : & consequenter, effectus abs $E - B$ cubus, adiunctus solido abs B ter in effingendum quoque abs $E - B$ quadratum, ac denique adiunctus solido abs D plano in $E - B$, æquabitur Z solido per ea quæ proponuntur. æqualitas igitur de E secundum artem ordinetur, omnibus rite peractis deprehendetur.

$$\left. \begin{array}{l} \text{L cubus} \\ + \text{D plano} \\ - B \text{ quadrato ter.} \end{array} \right\} \text{ in } E \left\} \begin{array}{l} \text{æquari} \\ \left\{ \begin{array}{l} \text{Z solido} \\ + \text{D plano in } B \\ - B \text{ cubo bis.} \end{array} \right. \end{array} \right.$$

Quæ quidem noua æquatio pura est ab adfectione sub quadrato, quâ primum proposita obruebatur: quum autem innotescet E , non poterit A ignorari, propter datam inter eas radices differentiam: præstat si quidem E ipsi A , per longitudinem B . quare factum est quod oportuit.

Quod si proponitur æqualitas Potestatis adfectæ per negationem directè, ut quum A quadratum minus B in A bis, æquatur Z

plano: vel A cubus minus B in A quadratū ter, adæquatur 2 solido, A — B statuetur esse E, & æqualitas de E, ex positis vestigiis ordinabitur.

Si denique proponitur æqualitas Potestatis adfectæ per negationem inuerse, vt quum B in A bis minus A quadrato, adæquatur 2 plano: vel B in A quadratum ter, minus A cubo adæquatur 2 solido B — A statuetur esse E, & æqualitas de E, similiter ex positis vestigiis ordinabitur.

Sic quadrata omnia adfecta, reducuntur ad pura: adfecti qualitercunque cubi, ad cubos adfectos tantum sub latere: adfecta qualitercunque quadrato-quadrata, ad quadrato-quadrata adfecta duntaxat sub latere & quadrato: adfecti qualitercunque quadrato-cubi, ad quadrato-cubos adfectos duntaxat sub latere, quadrato & cubo: & eo deinceps ordine.

Credebant autem Antiqui, quoniam hac reductione, æquationes quadraticas omnino expurgabant, & foeliciter explicabant, in vltioribus quoque Climacticis accidere vt omnino expurgarentur, & à Canonicâ purarum resolutione negotium omne Mechanicum deriuare tentarunt, adeo obstinate, vt aliunde methodum explicandi æquationes adfectas, non exquisierint.

Itaq; excruciarunt se frustra, & bonas horas Mathematices quam colebant dispendio, absumpserunt. In summa, Methodus illa explicandi æquationes adfectas quadraticas, non est Catholica: Catholica quidem est methodus expurgandarum æquationum adfectione singulari, salua numerorum Symmetria, sed non adfectione omni, vt deinceps veterum pertinaciæ non sit inherendum.

Iuuat autem de singulis istiusmodi reductionum formulis, singula concepisse Theoremata, & ea in artem & vsum proferre, qualia sunt quæ sequuntur.

De Reductione Quadratorum adfectorum ad pura.

Formulae tres.

I.

Si A quadratum
+ B bis in A } sequetur Z plano.

A + B esto E. igitur E quadratum, æquabitur $\begin{cases} Z \text{ plano} \\ + B \text{ quadr.} \end{cases}$

I iij

Confectarium.

Itaque, l. $\left\{ \begin{array}{l} Z \text{ plani.} \\ \rightarrow B \text{ quadrato.} \end{array} \right\} - B$, fit A, de qua primum quærebatur.

Sit B 1. Z planum 20. A 1 N.

1 Q \rightarrow 2 N. æquatur 20. & fit 1 N. l. 21. — 1.

I I.

Si $\left\{ \begin{array}{l} A \text{ quadratum} \\ - B \text{ in A bis.} \end{array} \right\}$ æquetur Z plano.

A — B esto E. igitur E quadratum, æquabitur $\left\{ \begin{array}{l} Z \text{ plano} \\ \rightarrow B \text{ quadrato.} \end{array} \right\}$

Confectarium.

Itaque, l. $\left\{ \begin{array}{l} Z \text{ plani.} \\ \rightarrow B \text{ quadrato.} \end{array} \right\} - B$, fit A, de qua primum quærebatur.

Sit B 1. Z planum 20. A 1 N.

1 Q — 2 N. æquabitur 20. & fit 1 N. l. 21 \rightarrow 1.

I I I.

Si $\left\{ \begin{array}{l} D \text{ bis in A} \\ - A \text{ quadrato} \end{array} \right\}$ æquetur Z plano.

D — E, vel D \rightarrow E esto A. E quad. æquabitur. $\left\{ \begin{array}{l} D \text{ quad.} \\ - Z \text{ plano.} \end{array} \right\}$

Confectarium.

Itaque, D. minus, plus vel. $\left\{ \begin{array}{l} D \text{ quadrati} \\ - Z \text{ plano.} \end{array} \right\}$ fit A. de qua primū quærebatur.

Sit D 5. Z planum 20. A 1 N

10 N. — 1 Q. æquatur 20. & fit 1 N. 5 — 15, vel 5 \rightarrow 15.

*De Reductione Cuborum simpliciter adfectorum sub
Quadrato, ad Cubos simpliciter adfectos sub Latere.
Formulae tres.*

I.

Si $\left\{ \begin{array}{l} A \text{ cubus.} \\ \rightarrow B \text{ ter in A quadratum.} \end{array} \right\}$ æquetur z solido.

A \rightarrow B esto E. $\left\{ \begin{array}{l} E \text{ cubus} \\ - B \text{ quad ter in E} \end{array} \right\}$ æquabitur $\left\{ \begin{array}{l} Z \text{ solido} \\ - B \text{ cubo bis.} \end{array} \right\}$

1 C. \rightarrow 6 Q æquatur 1,600. est 1 N. 10.

1 C — 12 N. æquatur 1,584 est 1 N. 12.

Ad Arithmetica non incongruē $\sigma\eta\mu\epsilon\iota\sigma$ aliquod superimponitur

ÆQVATIONVM.

71

notis alteratæ Radicis, ad differentiam notarum eius, de qua primum quærebat. 71

II.

Si $\begin{matrix} \text{A cubus} \\ \text{B ter in A quadrat.} \end{matrix} \} \text{æquetur z solido.}$

$\text{A} - \text{B esto E} \begin{matrix} \text{E cubus.} \\ \text{B quadrato ter in E} \end{matrix} \} \text{æquabitur} \left\{ \begin{matrix} \text{Z solido.} \\ \text{B cubo bis.} \end{matrix} \right.$

1 C — 6 Q. æquetur 400. est 1 N. 10.

1 C — 12 N. æquatur 416. est 1 N. 8.

III.

Si $\begin{matrix} \text{B ter in A quadratum.} \\ \text{A cubo} \end{matrix} \} \text{æquetur Z solido.}$

$\text{A} - \text{B esto E} \begin{matrix} \text{B quadratum ter in E.} \\ \text{E cubo} \end{matrix} \} \text{æquabitur} \left\{ \begin{matrix} \text{Z solido.} \\ \text{B cubo bis.} \end{matrix} \right.$

vel $\text{B} - \text{A esto E} \begin{matrix} \text{B quadratum ter in E.} \\ \text{E cubo} \end{matrix} \} \text{æquabitur} \left\{ \begin{matrix} \text{B cubo bis.} \\ \text{Z solido.} \end{matrix} \right.$

21 Q. — 1 C æquatur 972. & est 1 N. 9. vel 18.

147 N. — 1 C æquatur 286. & est 1 N. 2 vel 11.

9 Q. — 1 C æquatur 28. & est 1 N. 2.

27 N. — 1 C æquatur 16. & est 1 N. 1.

De Reductione Cuborum adfectorum tam sub Quadrato quam latere, ad Cubos adfectos simpliciter sub Latere.
Formula septem.

I.

Si $\begin{matrix} \text{A cubus} \\ \text{B ter in A quadratum} \\ \text{D plano in A} \end{matrix} \} \text{æquetur z solido.}$

$\text{A} + \text{B esto E} \begin{matrix} \text{E cubus.} \\ \text{D plano.} \\ \text{B quadrato ter.} \end{matrix} \} \text{in E} \} \text{æquabitur} \left\{ \begin{matrix} \text{Z solido.} \\ \text{D plano in B.} \\ \text{B cubo bis.} \end{matrix} \right.$

1 C. + 30 Q. + 330 N. æquatur 788. & est 1 N. 2.

1 C. + 30 N. æquatur 2,088. & est 1 N. 12.

1 C. + 24 Q. + 132 N. æquatur 368. & est 1 N. 2.

1 C. — 60 N. æquatur 400. & est 1 N. 10.

1 C. + 30 Q. + 4 N. æquatur 1,320. & est 1 N. 6.

296 N. — 1 C æquatur 640. & est 1 N. 16.

II.

Si A cubus
 $\begin{array}{l} + B \text{ ter in A quadratum} \\ - D \text{ plano in A.} \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} + B \text{ ter in A quadratum} \\ - D \text{ plano in A.} \end{array}} \right\} \text{æquetur z solido.}$

A + B esto E. $\begin{array}{l} E \text{ cubus} \\ - B \text{ quadrato 3.} \\ - D \text{ plano} \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} E \text{ cubus} \\ - B \text{ quadrato 3.} \\ - D \text{ plano} \end{array}} \right\} \text{in E} \left. \vphantom{\begin{array}{l} E \text{ cubus} \\ - B \text{ quadrato 3.} \\ - D \text{ plano} \end{array}} \right\} \text{æquabitur} \left\{ \begin{array}{l} Z \text{ solido.} \\ - B \text{ cubo-bis} \\ - D \text{ plano in B.} \end{array} \right.$

1 C. + 6 Q. — 48 N. æquatur 512. & est 1 N. 8.

1 C — 60 N. æquatur 400. & est 1 N. 10.

1 C + 30 Q. — 48 N. æquatur 32. & est 1 N. 2.

348 N — 1 C. æquatur 2,448 & est 1 N. 12.

III.

Si A cubus
 $\begin{array}{l} - B \text{ ter in A quadratum} \\ + D \text{ plano in A} \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} - B \text{ ter in A quadratum} \\ + D \text{ plano in A} \end{array}} \right\} \text{æquetur z plano.}$

A — B esto E $\left\{ \begin{array}{l} E \text{ cubus.} \\ - B \text{ quadrato ter} \\ + D \text{ plano} \end{array} \right\} \text{in E} \left. \vphantom{\begin{array}{l} E \text{ cubus.} \\ - B \text{ quadrato ter} \\ + D \text{ plano} \end{array}} \right\} \text{æquabitur} \left\{ \begin{array}{l} Z \text{ solido} \\ + B \text{ cubo bis.} \\ - D \text{ plano in B.} \end{array} \right.$

1 C — 30 Q. + 330 N. æquatur 1,368. & est 1 N. 12.

1 C + 30 N. æquatur 68. & est 1 N. 2.

1 C — 12 Q. + 28 N. æquatur 80. & est 1 N. 10.

1 C — 20 N. æquatur 96. & est 1 N. 6.

1 C. — 18 Q. + 88 N. æquatur 80. & est 1 N. 10.

20 N. — 1 C. æquatur 16. & est 1 N. 4.

vel B — A esto E. $\begin{array}{l} B \text{ quadratum ter.} \\ - D \text{ plano.} \\ - E \text{ cubo.} \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} B \text{ quadratum ter.} \\ - D \text{ plano.} \\ - E \text{ cubo.} \end{array}} \right\} \text{in E} \left. \vphantom{\begin{array}{l} B \text{ quadratum ter.} \\ - D \text{ plano.} \\ - E \text{ cubo.} \end{array}} \right\} \text{æquabitur} \left\{ \begin{array}{l} Z \text{ solido} \\ + B \text{ cubo bis} \\ - D \text{ plan. in B.} \end{array} \right.$

1 C. — 30 Q. + 200 N. æquatur 336. et est 1 N. 6.

100 N. — 1 C æquatur 336. et est 1 N. 4.

1 C — 30 Q. + 280 N. æquatur 704. et est 1 N. 4.

1 C — 20 N. æquatur 96. et est 1 N. 6

1 C — 30 Q. + 330 N. æquatur 1,232. et est 1 N. 8.

1 C + 30 N. æquatur 68. et est 1 N. 2.

III.

ÆQVATIONVM.

73

IV.

Si A cubus.
— B ter in A quadratum.
— D plano in A. } æquetur z solido.

A — B esto E, { E cubus
— B quadrato ter. } in E } æquabitur { Z solido.
— D plano. } + B cubo bis
+ D plano in B.

1 C — 6 Q. — 28 N æquetur 120. & est 1 N. 10.

1 C — 40 N. æquatur 192. & est 1 N. 8.

V.

Si D planum in A
— B ter in A quadratum.
— A cubo } æquetur Z solido.

A + B esto E, { D planū.
+ B quadrato ter. } in E } æquabitur { Z solido.
— E cubo. } + B cubo bis.
— D plano in B.

100 N. — 30 Q. — 1 C. æquatur 72. & est 1 N. 2.

400 N. — 1 C. æquatur 3,072. & est 1 N. 12.

VI.

Si B ter in A quadratum
+ D plano in A
— A cubo. } æquetur z solido.

A — B esto E, { D planum.
+ B quadrato ter. } in E. } æquabitur { Z solido.
— E cubo } — D plano in B
— B cubo bis.

18 Q. + 92 N. — 1 C. æquatur 1,720. & est 1 N. 10.

200 N. — 1 C. æquatur 736. & est 1 N. 4.

vel B — A esto E, { D planum
+ B quadrato ter. } in E } æquabitur { B cubo bis.
— E cubo. } + D pl. in B.
— Z solido.

30 Q. + 100 N. — 1 C æquatur 1,464. & est 1 N. 6.

400 N — 1 C æquatur 1,536. & est 1 N. 4.

VII.

Si B ter in A quadratum.
— D plano in A.
— A cubo } æquetur z solido.

A — B esto E, { B quadratū ter
— D plano } in E } æquabitur { Z solido
— E cubo. } + D plano in B,
— B cubo bis.

18 Q. — 78 N. — 1 C æquatur 20. & est 1 N. 10.

30 Q. — 1 C. æquabitur 56. & est 1 N. 4.

12 Q — 18 N. — 1 C æquatur 20. & est 1 N. 10.

1 C — 30 N. æquatur 36. & est 1 N. 6.

K

vel B — A esto E. — $\left. \begin{array}{l} \text{B quadratum ter.} \\ \text{D plano.} \\ \text{E cubo.} \end{array} \right\} \text{in E} \} \text{æquabitur} \left\{ \begin{array}{l} \text{B cubo bis} \\ \text{D plan. in B.} \\ \text{Z folido} \end{array} \right.$

30 Q — 100 N. — 1 c. æquatur 264. et est 1 N. 6.
200 N. — 1 c. æquatur 736. et est 1 N. 4.

Vt autem expurgatione per Vncias easque simplices, liberantur æquationes adfectione sub gradu qui in Climacticorum ordine Potestatem proxime subsequitur, sic interdum per Vncias triangulares & Pyramidales & ex ijs compositas, possunt æquationes liberari adfectione sub gradibus inferioribus reliquis, considerata coefficiente sub graduali, vt Potestate, suæque Radicis tot Vncias adsumendo, quot requirit dicta Genesis Potestatum purarum à Binomia Radice. vt enim coefficientes Radici de qua quæritur homogeneæ, per Vncias simplices taxantur, sic homogeneæ Radicis quadrato, per Vncias Triangulares, cubo, per Pyramidales, & eo continuo ordine.

Proponatur A cubus adfectus sub A & B quadrato, sumetur ad expurgationem triens B.

Et si proponatur A quadrato-quadratum adfectum sub A quadrato & B quadrato, sumetur ad expurgationem illius adfectionis sextans B.

Et si proponatur A quadrato-cubus adfectus sub A cubo & B quadrato, sumetur ad expurgationem decima pars B. nempe sunt numeri triangulares. 3. 6. 10. 15.

Proponatur autem A quadrato-quadratum adfectum sub A, & B cubo, sumetur ad expurgationem illius adfectionis quadrans B.

Et si proponatur A quadrato-cubus, adfectus sub A quadrato & B cubo, sumetur ad expurgationem decima pars B. nempe sunt numeri Pyramidales 4. 10. 20. 35.

Quæ quemadmodum ad vltiora possint aptari, satis fit manifestum. valet autem illa vnciarum Triangularium, Pyramidalium & ex ijs compositarum expurgatio, dum illa ea adfectione qua liberanda proponitur, obruitur æqualitas: in eius autem adfectionis deletæ locum, succedunt adfectiones singulæ sub aliis gradibus reliquis.

De Transmutatione Πρώτον-ἔσχατον, quæ Remedium est aduersus vicium negationis.

C A P. I I.

Æquationes in quibus homogenea adfectionum validiora negantur de Potestate, vtiliter per Transmutationem Πρώτον-ἔσχατον, emendantur: ea fit per Analogiam rationis implicitæ, applicando homogeneum comparisonis ad ipsam Radicem de qua queritur, vnde oritur incerta alia Radix, sub cuius specie, æquationem primum propositam liceat dirigere, & nouam ordinare.

Sic enim adfectiones illic negatæ, transeunt hic in affirmatas, & è contra, salua numerorum Symmetria. prodest etiam interdum ad Asymmetrias.

Nomen autem Πρώτον-ἔσχατον sortita est, ab eo ad quem proposita primum æquatio reuocatur, Analogismo: quoniam in eius formula, terminus de quo primum querebatur, est primus, is qui post metamorphosin primus, fit postremus, vel e conuerso. quæ quoniam ex ipsâ operis formula, facilius percipiuntur.

Proponatur $\frac{A \text{ cubus}}{B \text{ plano in } A}$ } æquari z solido.

Sit autem explicanda æqualitas.

Quoniam igitur z solidum, Potestas est adfecta negate, de negatis autem ars non statuitur, quæ proponitur æquatio in explicabilem primum transmutanda est, qualis quæ adficietur adfirmate, quo circa $\frac{Z \text{ solidum}}{A}$ esto E planum, ergo $\frac{Z \text{ solidum}}{E \text{ plano}}$ erit A, vnde ex iis

quæ proponuntur.

$\frac{Z \text{ solido-solido-solidum}}{E \text{ plano-plano-plano.}}$ } æquabitur Z solido.
 $\frac{B \text{ plano in } Z \text{ solidum}}{E \text{ plano}}$

Ducantur, omnia in E plano-plano-planum.

$\frac{Z \text{ solido-solido-solidum}}{B \text{ plano in } Z \text{ solidum in } E \text{ plano-planum.}}$ } æquab. z solid. in E pl. pl. pl.
 & omnibus per z solidum diuisis, adhibitaq; congruâ Antithesi,

K ij

$\frac{E \text{ plano plano-planum.}}{+ 3 \text{ plano in } E \text{ plano-planum.}} \} \text{æquabitur } z \text{ solido-solido.}$

Aliter.

$\frac{E \text{ plani cubus}}{+ B \text{ plano in } E \text{ plani quadratum}} \} \text{æquabitur } z \text{ solidi quadrato.}$

quæ æquatio omnino explicabilis est, ex tradita Analyfi potestatum cubicarum, quæ adficiuntur sub datâ coefficiente adfirmate. Innotescit igitur E planum, ad quod quum applicabitur z solidum, exurget A de qua primum quærebatur.

Analogismus autem æqualitatis de A enunciatiuus, erat

Vt A ad l c. z solidi, ita l c. z solido-solidi ad $\frac{A \text{ quadratum}}{B \text{ plano.}}$

hoc est ad E planū, quo pertinet nominis Πρώτον-ἑσχατον notatio.

Proponatur $1C = 9 \cdot 6N$. æquari 40.

Efficitur $\frac{40}{1N}$. esse $1N \cdot 1C$. + 96Q æquabitur 1,600. & fit $1N \cdot 4$.

Quare $\frac{40}{1N}$ seu 10. est Radix primum quæsita.

Et si accidat in proposita primum æquatione cubica, homogeneum comparationis esse in sua soliditate irrotationale, sed facultate velut quadratica rationale, ea Asymmetria in æquatione noua euanesceat.

Proponatur $1C = 10N$. æquari 48. efficitur $\frac{48}{1N}$. esse $1N$.

$1C + 10Q$ æquabitur 48. & fit $1N \cdot 2$.

Quare $\frac{48}{1N}$ seu 12. est Radix primum quæsita.

Rursus proponatur $\frac{A \text{ quadrato-quadratum.}}{B \text{ in } A \text{ cubum}} \} \text{æquan } z \text{ pl. plano.}$
 $\frac{D \text{ plano in } A \text{ quadratum.}}$

Sit autem explicanda æqualitas.

Quoniam igitur z plano-planum est Potestas adfecta negare, de negatis autem ars non statuitur, quæ proponitur æquatio in explicabilem transmutanda est: quocirca

$\frac{Z \text{ plano-planum.}}{A}$ esto E solidum. ergo $\frac{Z \text{ plano-planum}}{E \text{ solido.}}$ erit A.

Itaque ex iis quæ proponuntur.

$\frac{Z \text{ plano-plano-plano-plano-plano-plano-planum.}}{E \text{ solido-solido-solido-solido.}}$

$\frac{B \text{ in } Z \text{ plano-plano-plano-plano-planum.}}{E \text{ solido-solido-solido.}}$

$\frac{D \text{ plano in } Z \text{ plano-plano-plano-planum.}}{E \text{ solido-solido.}}$

$\} \text{æquab. } z \text{ pl. plano}$

Ducantur omnia in E solido-solido-solido-solidum.

77

Z plano-plano-in E solido-solido-solido-solidum.

e solidi quadrato-quadratum.
 —D plano in z plano-planum in E solidi quadratum.
 —B in z plano-plano-plano-planum in E solidum.

Proponatur 1 Q Q — 3 C. — 8 Q. aequari 50.
Efficitur $\frac{50}{1N}$ efficitur 1 N.

Et si accadat in proposita primum æquatione quadrato-quadratica, homogeneum comparationis esse in suâ plano-planitie irrationale, sed facultate veluti cubicâ rationale, ea Asymmetria in æquatione nouâ euanescit.

1 QQ + 8c. aquabitur 80. & fit 1 N. 2.
Quare $\frac{1c^{80}}{1c8}$. seu 1c 10. est Radix primum quaesita.

I.

II.

K iij

III.

Coefficiens adfectionis sub latere, inuariata consistat: coefficiens adfectionis sub quadrato, ducitor in homogeneum comparisonis.

Coefficiens adfectionis sub cubo, in homogenei comparisonis quadratum.

Coefficiens adfectionis sub quadrato-quadrato, in homogenei comparisonis cubum.

Coefficiens adfectionis sub quadrato-cubo, in homogenei comparisonis quadrato-quadratum. & ita deinceps.

IV.

Atque ad cognitam Radicem Potestatis ita nouiter adæquatæ, dum applicabitur homogeneum comparisonis pertinens ad æquationem quæ proponebatur, restituere latus de quo primum quærebat pronuntiato.

Plane quæcunque magnitudo ad nouam quærendam Radicem applicetur, ita ut ex ea applicatione oriatur Radix de qua primum queritur, si sub ea specie dirigatur proposita æquatio, & secundum artem transmutetur, semper adfectiones quæ erant negatæ transibunt in affirmatas saluâ numerorum Symmetria: sed ideo conuenientior est applicatio homogenei comparisonis, ne forte accidens fractionis nouam rursus exigat reductionem in Arithmeticis, at in Geometricis, foelicius applicatur magnitudo homogenea quadrato Radicis de qua queritur.

Proponatur $\frac{B \text{ in } z}{E}$ esto A. $\left. \begin{array}{l} \text{A cubus} \\ \text{B in A quadratum.} \end{array} \right\} \text{æquari B in } z \text{ quadratum.}$
 $\left. \begin{array}{l} \text{E cubus} \\ \text{B quadrato in E.} \end{array} \right\} \text{æquabitur B quadrato in } z.$

De Anastrophé.

*Aut quemadmodum aduersus vocum Αμφιβολίας
in æquationibus correlatis, ex data Radice vnus
habetur alterius notitia.*

CAP. III.

A Nastrophe est æquationum inuersè negatarum in suas cor-
relatas transmutatio, ita instituta, vt quæ prima proponitur
æquatio, ea ope suæ correlatæ per irregularem Climacticum des-
censum, reducatur ad depressiorem, ideoque magis explicabilem.
pertinet ad vitandum, tanquam in æqualitatibus inuersè negatis
accidere diximus, Amphiboliã, & dysmechanian, in cubicis, quad.
cubicis & exinde per binos alternos gradus Climacticis. quod enim
ad quadraticas, quadrato-quadraticas, & exinde per binos alter-
nos gradus Climacticos attinet, earum reductioni non proficit
Anastrophe, verum recurrendum est ad Climacticam Paraplero-
sin, de qua dicitur suo loco.

Anastrophes opus ita perficitur: primum Potestati Radicis de
qua queritur, adiicitur Potestas Radicis æque-alta, talium enim
Potestatum aggregatum, commode diuisionem recipit in prædi-
cto Climactericarum ordine. deinde homogeneous comparatio-
nis, vna cum translatis adfectionum homogeneous & addita Pote-
state, comparatur effectæ magnitudini, quæ eandem diuisionem
recipiat: quâ comparatione inciditur in æqualitatem correlatam,
vel affirmatam, vel negatam directè. ceterum additiæ Potestatis
Radice cognitâ, oriundæ magnitudines ex vna parte, oriundis
magnitudinibus ex altera comparantur commode, & æqualitas a-
lioquin δυσμηχανή, per medium ευμηχανωτέρης, deprimitur in
ευμηχανίας: quod vt exemplis fiat apertius, primum ad Anastro-
phen Cubicarum.

PROBLEMA. I.

Proponatur $\begin{matrix} \text{B planum in A} \\ \text{— A cubo} \end{matrix} \} \text{æquari z solido.}$

Quoniam igitur de solido negatur cubus, anceps æquatio est, neque ad Analysin idonea: vitanda igitur ambiguitas est & dysmechania: quocirca fiat Anastrophe, atque idcirco ex iis quæ proponuntur, adhibita metathesi, A cubus æquatur $\begin{matrix} \text{B pl. in A} \\ \text{— Z sol.} \end{matrix}$

Vtrique parti addatur E cub. ergo $\begin{matrix} \text{A cubus} \\ \text{+ E cubo.} \end{matrix} \} \text{æquabitur} \begin{matrix} \text{B pl. in A} \\ \text{+ E cubo.} \\ \text{— Z sol.} \end{matrix}$

Prima autem æquationis pars commodè diuisionem recipit ab $A + E$, ad aggregatum enim laterum, dum applicatur aggregatum cuborum, oritur aggregatum quadratorum, minus rectangulo à lateribus, quare orietur ex ea applicatione $\begin{matrix} \text{A quadratum} \\ \text{— E in A} \\ \text{+ E quadrato.} \end{matrix}$

Restat igitur vt altera æqualitatis pars, applicata ad $A + E$, faciat aliquod datum planum iam ortis reliquis comparandum, id autem commodè fiet, si in locum E cubi minus Z solido, substitueretur B planum in E, nascetur enim B planum. Æquiualeat igitur vt substituat: quoniam igitur E cubus minus z solido, adæquatur ex hypothesi B plano in E, ergo per Antithesin E cubus minus B plano in E, æquabitur z solido.

Itaque $\begin{matrix} \text{A quadratum.} \\ \text{— E in A} \\ \text{+ E quadrato.} \end{matrix} \} \text{æquabitur B plano.}$

Nota igitur sit E ex Analysisi, adhibita per antecedens Caput decenti præparatione, vt pote esto illa D, ergo.

$\begin{matrix} \text{A quadratum} \\ \text{— A in D} \\ \text{+ D quadrato.} \end{matrix} \} \text{æquabitur B plano.}$

& ordinando $\begin{matrix} \text{D in A} \\ \text{— A quadrato} \end{matrix} \} \text{æquabitur} \begin{matrix} \text{D quadrato} \\ \text{— D plano.} \end{matrix}$

Æquatio igitur inuersè negata, in negatam directè, eiusdem ordinis transmutata est, ita vt data Radice nouæ æquationis, fiat Climacticus irregularis descensus in depresso rem, de Radice primum propositâ explicabilem: quod opus dicitur Anastrophe, & faciendum erat.

Hinc ordinatur Theorema.

THEO.

88

Igitur $1C - 39N$. equabitur 70 , & fit tum $1N.7$. itaq; $7N. - 1Q$. equabitur 10 . & ista est Radix primum quaesita, & fit 2 vel 5 .

THEOREMA. II.

Si $\begin{matrix} B \text{ in } A \text{ quadratum} \\ - A \text{ cubo} \end{matrix} \} \text{æquetur } z \text{ solido.}$

$\begin{matrix} B \text{ in } E \text{ quadratum} \\ - A \text{ cubo} \end{matrix} \} \text{æquetur } z \text{ solido.}$

E, autem innotescat esse $D, \begin{matrix} D \\ + B \end{matrix} \} \text{ in } A \} \text{æquabitur } \begin{matrix} B \text{ in } D \\ + D \text{ quad.} \end{matrix}$

7 Q. — 1 C. æquatur 36. igitur

7 Q. + 1 C. æquatur 36. & fit hic 1 N. 2. quare

9 N. — 1 Q. æquabitur 18. & ista 1 N. est Radix primum quaesita.
& fit 3. vel 6.

Secundo ad Anastrophén quadrato-cubicarum.

PROBLEMA. III.

Proponatur $\begin{matrix} B \text{ plano-planum in } A \\ - A \text{ quadrato-cubo.} \end{matrix} \} \text{æquari } Z \text{ plano-solido}$

Oportet Anastrophén facere.

Ab E — A effingatur quadrato-quadratum, singularia efficta plano-plana simpliciter sumpta nec repetita, erunt

$\begin{matrix} + \text{quadrato-quadratum} \\ - A \text{ in } E \text{ cubum} \\ + A \text{ quadrato-in } E \text{ quadratum} \\ - A \text{ cubo in } E \\ + A \text{ quadrato-quadrato.} \end{matrix}$

Ducantur in E + A, fit $\begin{matrix} E \text{ quadrato-cubus} \\ + A \text{ quadrato-cubo.} \end{matrix}$

At ex iis quæ proponuntur, A quad. cubus valet $\begin{matrix} B \text{ pl. planum in } A \\ - Z \text{ pl. solido.} \end{matrix}$

quare $\begin{matrix} E \text{ quadrato-cubus.} \\ + A \text{ quadrato-cubo.} \end{matrix} \} \text{æquabitur } \begin{matrix} E \text{ quadrato-cubo.} \\ + B \text{ plano-plano in } A \\ - Z \text{ plano-solido.} \end{matrix}$

Utraque pars applicetur ad E + A. Ex prima igitur æquationis parte oritur,

$\begin{matrix} E \text{ quadrato-quadratum} \\ - A \text{ in } E \text{ cubum} \\ + A \text{ quadrato-in } E \text{ quadratum} \\ - A \text{ cubo in } E \\ + A \text{ quadrato-quadrato.} \end{matrix} \} \text{vt ratio compositionis indicat.}$

At quid oriatur ex secunda non liquet: sed sane comparetur tali plano-solido, vt plano-planum ortium non possit ignorari.

Quare $\left\{ \begin{array}{l} \text{B plano-planum in E} \\ + \text{B plano-plano in A} \end{array} \right\} \text{æquetur alteri eius parti,}$
videlicet, $\left\{ \begin{array}{l} \text{E quadrato cubo.} \\ + \text{B plano-plano in A} \\ - \text{Z plano-solido.} \end{array} \right\}$

Ergo deleta utrinque affectione sub A gradu, & factâ congruâ Antithesi.

$\left\{ \begin{array}{l} \text{E quadrato cubus} \\ - \text{B plano-plano in A} \end{array} \right\} \text{æquabitur z plano-solido.}$

Et quum innotescet E esse D, pronunciabitur

$\left\{ \begin{array}{l} \text{D quadrato-quadratum.} \\ - \text{D cubo in A} \\ + \text{D quadrato in A quadratum} \\ - \text{D in A cubum} \\ + \text{A quadrato-quadrato.} \end{array} \right\} \text{æquari B plano-plano.}$

& æqualitate secundum artem ordinatâ.

$\left\{ \begin{array}{l} \text{D cubum in A} \\ - \text{D quadrato in A quadratum} \\ + \text{D in A cubum.} \\ - \text{A quadrato quadrato.} \end{array} \right\} \text{æquari} \left\{ \begin{array}{l} \text{D quadrato-quadrato} \\ - \text{B plano-plano.} \end{array} \right\}$

Facta est igitur Anastrophe sicut Imperabatur.

Hinc ordinatur Theorema.

THEOREMA. III.

Si $\left\{ \begin{array}{l} \text{B plano-planum in A} \\ - \text{A quadrato-cubo.} \end{array} \right\} \text{æquetur Z plano-solido.}$
 $\left\{ \begin{array}{l} \text{E quadrato-cubus} \\ - \text{B plano-plano in E} \end{array} \right\} \text{æquetur z plano-solido.}$

& E innotescat esse D, $\left\{ \begin{array}{l} \text{D cubus in A} \\ - \text{D quadrato in A quadratum} \\ + \text{D in A cubum} \\ - \text{A quadrato-quadrato.} \end{array} \right\} \text{æqu.} \left\{ \begin{array}{l} \text{D qu. q.} \\ - \text{B pl. pl.} \end{array} \right\}$

II N. — I Q. æquetur 10.

igitur I Q. — I I N. æquabitur 10. & hic fit I N. 2.

Quare $\left\{ \begin{array}{l} + 4 Q. \\ + 2 C. \\ - 1 Q Q. \end{array} \right\} \text{æqu. 5. & ista I N. est Radix primum quesita, & fit I.}$

PROBLEMA. IIII.

Si proponatur $\left\{ \begin{array}{l} \text{B in A quadrato-quadratum.} \\ - \text{A quadrato-cubo.} \end{array} \right\} \text{æquari z plano-solido.}$
Ergo per congruam metathesin, & E quadrato-cubi commu-
nem adiunctionem;

ij

$\begin{array}{l} \text{A quadrato-cubus} \\ + \text{Z quadrato-cubo.} \end{array} \} \text{æquatur} \left\{ \begin{array}{l} \text{B in A quadrato quadratum} \\ - \text{Z plano-solido.} \\ + \text{E quadrato-cubo.} \end{array} \right.$

Vtraq; pars applicetur ad A \rightarrow E: illic oritur $\left\{ \begin{array}{l} \text{A quad. quad.} \\ - \text{A in E cubum.} \\ + \text{A quad. in E quad.} \\ - \text{A cubo in E} \\ + \text{A quadrato-quad.} \end{array} \right.$

Quod si $\begin{array}{l} \text{B in A quadrato-quadratum.} \\ - \text{B in E quadrato-quadratum.} \end{array} \} \text{æquetur alteri parti.}$

Ea quoque commodam diuisionem recipiet ab A \rightarrow E, orietur enim,

$\begin{array}{l} \text{B in A cubum} \\ - \text{B in A quadratum in E} \\ + \text{B in E quadratum in A} \\ - \text{B in E cubum.} \end{array}$

Adæquetur ergo, & ea propter vt equalitas rite ordinetur.

$\begin{array}{l} \text{E quadrato-cubus.} \\ + \text{B in E quadrato-quadratum,} \end{array} \} \text{statuitor Z plano-solido æquale.}$

& E innotescat esse D. tādē igitur. $\begin{array}{l} \text{D quad. qu.} \\ - \text{D cub. in A.} \\ + \text{D qu. in A qu.} \\ - \text{D in A cub.} \\ + \text{A quad. qu.} \end{array} \left\{ \text{æq.} \right\} \begin{array}{l} \text{B in A cub.} \\ - \text{B in A qu. in D} \\ + \text{B in D qu. in A} \\ - \text{B in D cu.} \end{array}$

& omnia ordinando, $\begin{array}{l} \text{B in D quadratum in A} \\ + \text{D cubo in A} \\ - \text{B in D in A quadratum} \\ - \text{D quadrato in A quadratum.} \\ + \text{B in A cubum} \\ + \text{D in A cubum.} \\ - \text{A quadrato-quadrato.} \end{array} \left\{ \text{æqu.} \right\} \begin{array}{l} \text{Bin D c.} \\ + \text{D qu. q.} \end{array}$

Itaque facta est Anastrophe, sicut imperabatur.

Hinc ordinatur Theorema.

THEOREMA. IIII.

Si $\begin{array}{l} \text{B in A quadrato-quadratum} \\ - \text{A quadrato-cubo} \\ + \text{E quadrato-cubus} \end{array} \} \text{æquetur Z plano-solido.}$

$\begin{array}{l} + \text{B in E quadrato-quadratum.} \end{array} \} \text{æquatur Z plano-solido.}$

& E innotescat esse D, $\begin{array}{l} \text{Bin D quad.} \\ + \text{D cubo.} \\ - \text{B in D} \\ - \text{D quad.} \\ + \text{B} \\ + \text{D} \\ - \text{A quadrato-quadrato} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{in A} \\ \text{in A quad.} \\ \text{in A cubum.} \end{array} \right\} \left\{ \text{æquab.} \right\} \begin{array}{l} \text{B in D cu.} \\ + \text{D qu. qu.} \end{array}$

11 Q Q. — 1 Q C. æquatur 10,000.

Igitur 11 Q Q. + 1 Q C. æquabitur 10,000. & fit 1 N, 5.

Quare $\begin{matrix} 400 N. \\ -80 Q. \\ +16 C. \\ -1 Q Q. \end{matrix} \left\{ \begin{matrix} \\ \\ \\ \end{matrix} \right. \text{æquabitur } 2,000.$

& ista 1 N, est Radix primum quaesita, & fit 10.

Virpatur quoque Anastrophe contraria interdum via, vt quum in æquatione ambigua, contingit vnam Radicum dari è duabus pluribusue, de quibus æquatio potest explicari: repetuntur Anastrophes vestigia ad assequendum Radicem correlata, variaque fluunt inde & ordinantur Theoremata, qualia sunt in cubis.

THEOREMA. V.

Si $\begin{matrix} A \text{ cubus} \\ B \text{ plano in } A. \end{matrix} \left\{ \begin{matrix} \\ \end{matrix} \right. \text{æquetur } z \text{ solido.}$

& rursus $\begin{matrix} B \text{ planum in } E \\ E \text{ cubo} \end{matrix} \left\{ \begin{matrix} \\ \end{matrix} \right. \text{æquetur } z \text{ solido.}$

Innotescat autem E esse D.

$\begin{matrix} A \text{ quadratum} \\ D \text{ in } A \end{matrix} \left\{ \begin{matrix} \\ \end{matrix} \right. \text{æquabitur } \left\{ \begin{matrix} B \text{ plano} \\ D \text{ quadrato.} \end{matrix} \right.$

Quoniam enim $\begin{matrix} A \text{ cubus} \\ B \text{ plano in } A. \end{matrix} \left\{ \begin{matrix} \\ \end{matrix} \right. \text{æquatur } z \text{ solido.}$

Ergo $\begin{matrix} A \text{ cubus} \\ B \text{ plano in } A. \end{matrix} \left\{ \begin{matrix} \\ \end{matrix} \right. \text{æquab. } \left\{ \begin{matrix} B \text{ plano in } D \\ D \text{ cubo.} \end{matrix} \right.$

& per metathesin. $\begin{matrix} A \text{ cubus.} \\ D \text{ cubo} \end{matrix} \left\{ \begin{matrix} \\ \end{matrix} \right. \text{æquabitur } \left\{ \begin{matrix} B \text{ plano in } A. \\ B \text{ plano in } D. \end{matrix} \right.$

Vtraq; pars æquationis diuiditor per A + D, fit $\begin{matrix} A \text{ quad.} \\ + D \text{ quad.} \\ - D \text{ in } A. \end{matrix} \left\{ \begin{matrix} \\ \end{matrix} \right. \text{æqu. } B \text{ pl.}$

Qua æquatione secundum artem concepta.

$\begin{matrix} A \text{ quadratum.} \\ D \text{ in } A \end{matrix} \left\{ \begin{matrix} \\ \end{matrix} \right. \text{æquatur } \left\{ \begin{matrix} B \text{ plano} \\ D \text{ quadrato.} \end{matrix} \right.$

Vt est ordinatum.

Sit C. — 8 N. æquetur 7.

Igitur 8 N. — 1 C æquabitur 7. & quoniam 1 N. potest esse 1.

— 1 Q æquabitur 7. unde R adix primum quaesita fit. $\frac{22}{4} + \frac{1}{2}$

THEOREMA. VI.

Si $\frac{B \text{ in } A \text{ quadratum}}{+ A \text{ cubo.}}$ } æquetur z solido.
 & rursus $\frac{B \text{ in } E \text{ quadratum}}{E \text{ cubo.}}$ } æquetur z solido.
 Innotescat autem E esse D, $\frac{A \text{ quadratum}}{+ B - D \text{ in } A}$ } æquabitur $\frac{B \text{ in } D}{D \text{ quadr.}}$
 Quoniam enim $\frac{B \text{ in } A \text{ quadratum}}{+ A \text{ cubo.}}$ } æquatur z solido.
 & rursus $\frac{B \text{ in } D \text{ quadratum}}{D \text{ cubo.}}$ } æquatur z solido.
 Ergo $\frac{B \text{ in } A \text{ quadratum}}{+ A \text{ cubo.}}$ } æquabitur $\frac{B \text{ in } D \text{ quadratum}}{D \text{ cubo.}}$
 & per metathesin $\frac{D \text{ cubus}}{+ A \text{ cubo.}}$ } æquabitur B in $\frac{D \text{ quadratum}}{A \text{ quadrato.}}$
 vtraq; pars æquationis diuiditor per D + A, fit $\frac{D \text{ quad.}}{+ A \text{ quad.}}$ } æq. } $\frac{D}{B \text{ in } A}$
 qua æquatione secundū artē conceptā, $\frac{A \text{ quad.}}{+ B - D \text{ in } A}$ } æqu. } $\frac{B \text{ in } D}{D \text{ qu.}}$
 vt est ordinatum.

Si 9 Q. + 1 C æquetur 8.

Igitur 9 Q. - 1 C æquabitur 8. & quoniam 1 N. potest esse 1.

1 Q. + 8 N. æquatur 8. unde Radix primum quesita fit l. 24 - 4.

Quibus Theorematis finitima sunt ea, quibus ex data vna ambiguarum Radicum, habetur alterius comitis notitia: nempe.

THEOREMA. VII.

Si $\frac{B \text{ planum in } A}{A \text{ cubo.}}$ } æquetur z solido.
 & rursus $\frac{B \text{ planum in } E}{E \text{ cubo.}}$ } æquetur z solido.
 Innotescat autem E esse D, $\frac{A \text{ quad.}}{+ D \text{ in } A}$ } æquabitur $\frac{B \text{ plano}}{D \text{ quadrato.}}$
 Quoniam enim $\frac{B \text{ planum in } A}{A \text{ cubo.}}$ } æquatur z solido.
 & rursus $\frac{B \text{ planum in } D}{D \text{ cubo.}}$ } æquatur z solido.
 igitur $\frac{B \text{ planum in } A}{A \text{ cubo.}}$ } æquab. } $\frac{B \text{ plano in } D}{D \text{ cubo.}}$
 & per metathesin. $\frac{A \text{ cubus.}}{D \text{ cubo.}}$ } æquabitur $\frac{B \text{ plano in } A}{B \text{ plano in } D}$
 & vtraq; æquationis parte per A - D diuisa, fit $\frac{A \text{ quad.}}{+ D \text{ quad.}}$ } æqu. } $\frac{A \text{ quad.}}{+ D \text{ in } A}$

ÆQVATIONVM.

87

Qua equatione secundum artem concepta.

$\begin{matrix} A \text{ quadratum.} \\ +D \text{ in } A \end{matrix} \} \text{æquatur } \begin{matrix} B \text{ plano} \\ -D \text{ quadrato.} \end{matrix}$

Si 8 N. — 1 C. æquetur 7. potest 1 N. esse 1.

Quare 1 L. + 1 N. æquatur 7. et rursus fit 1 N. l. 1. — 4.

THEOREMA. VIII.

Si $\begin{matrix} B \text{ in } A \text{ quad.} \\ -A \text{ cubo} \end{matrix} \} \text{æquetur } z \text{ solido.}$

& rursus $\begin{matrix} B \text{ in } E \text{ quad.} \\ -E \text{ cubo} \end{matrix} \} \text{æquetur } z \text{ solido.}$

Innotescat autem E esse D: $\begin{matrix} A \text{ quadratū.} \\ +D \\ -B \end{matrix} \} \text{in } A \} \text{æquabitur } \begin{matrix} B \text{ in } D \\ -D \text{ quad.} \end{matrix}$

Quoniam enim $\begin{matrix} B \text{ in } A \text{ quad.} \\ -A \text{ cubo.} \end{matrix} \} \text{æquatur } z \text{ solido.}$

& rursus $\begin{matrix} B \text{ in } D \text{ quadratum} \\ -D \text{ cubo} \end{matrix} \} \text{æquatur } Z \text{ solido.}$

igitur $\begin{matrix} B \text{ in } A \text{ quadratum} \\ -A \text{ cubo} \end{matrix} \} \text{æquatur } \begin{matrix} B \text{ in } D \text{ quadratum} \\ -D \text{ cubo.} \end{matrix}$

& per metathesin $\begin{matrix} A \text{ cubus} \\ -D \text{ cubo.} \end{matrix} \} \text{æquab. Bin } \begin{matrix} A \text{ quadratum} \\ -D \text{ quadrato.} \end{matrix}$

Utraq; pars æquationis diuiditor per A — D.

fit $\begin{matrix} A \text{ quadratum} \\ +D \text{ quadrato.} \\ +D \text{ in } A \end{matrix} \} \text{æquale } \begin{matrix} B \text{ in } A \\ +B \text{ in } D \end{matrix}$

quâ æquatione rite conceptâ. $\begin{matrix} A \text{ quadratum} \\ +D \text{ in } A \\ -B \text{ in } A \end{matrix} \} \text{æquabitur } \begin{matrix} B \text{ in } D \\ -D \text{ q.} \end{matrix}$

Vt est ordinatum.

Si 9 L. — 1 C. æquetur 8 potest 1 N. esse 1.

Quare $\frac{1}{8} Q \} \text{æquabitur } 8. \text{ et rursus fit } 1 N. l. 24 - 4.$

De Isomeria, aduersus viciū Fractionis.

CAP. IIIL.

Isomeria est species trāsmutationis per multiplicationē, ita instituta, vt æqualitates à fractis numeris quib. laborant liberētur. Reducuntur videlicet fractiones ad eandem denominationem, ex lege Logistices.

Deinde fit ductio homogenei communis denominatoris, vel ortorum ab eo graduum, in datas coefficientes, datumque homogeneum comparationis:

Radices ducantur in coefficientes longitudines, Quadrata in coefficientes planas, homogeneae datae mensurae plana, Cubi in Parabolas solidas, homogeneae datae mensurae solida, & eo constanti ordine.

Quodq; fit ex denominatore communi, & Radice aequalitatis propositae, est Radix aequalitatis ita preparata.

Interdum etiam evenit, ut multiplicatione Isomerica non opus sit, sed diuisione: applicantur videlicet coefficientes longitudines ad Radices coefficientis planae, homogeneaeque datae mensurae Solidae ad cubos, & eo constanti ordine, quodque oritur ex applicatione Radicis ad communem denominatorem, est Radix aequalitatis ita preparata: fundamentum autem suum habet & demonstrationem, ex symbolo aequalitatum, quo cauetur, si aequalia per aequalia multiplicentur vel diuidantur, facta vel orta esse aequalia.

Ita enim fecisse Isomeriam in summa nihil aliud est, quam propositae aequalitatis Potestatem, & adfectionum & comparationis homogenea per eundem terminum multiplicasse, aut diuisisse. multiplicationis autem paratior usus est quam diuisionis, proponatur siquidem.

A cubus $\rightarrow \frac{D \text{ solido in } A}{D}$ aequari Z solido.

Oportet iam aequalitatem a fractionibus quibus laborat, liberare. D in A esto E planum, ergo $\frac{E \text{ planum}}{D}$ erit, A quare.

$\frac{E \text{ plani cubus}}{+ B \text{ solido in } D \text{ in } E \text{ planum.}}$ } aequabitur z solido.
D cubo.

Omnia per D cubum $\rightarrow \frac{E \text{ plani cubus}}{+ B \text{ solido in } D \text{ in } E \text{ planum.}}$ } aeq. z s. in D cu.

1c $\rightarrow \frac{1}{2} N$, aequatur 225.

Igitur $\chi \epsilon \tau'$ $\iota \sigma \sigma \mu \sigma \iota \pi \alpha$ 1c $\rightarrow 6 N$, aequabitur 1,800.

Radix preparata, ad Radicem proposita se habet ut 2. ad 1.

Itaque quum sit hic 12, illic erit 6.

Et si proponatur A cubus. $\rightarrow \frac{+ B \text{ solido in } A}{D}$ aequari $Z \frac{\text{plano} \cdot \text{plano.}}{D}$

Ipse inuestigis $\rightarrow \frac{E \text{ plani cubus}}{+ B \text{ solido in } D \text{ in } E \text{ planum}}$ aequab. z pl. pl. in D quad.

1c.

ÆQVATIONVM.

$$1C + \frac{1}{2} N. \text{æquat} \frac{1}{2} 6^5.$$

Igitur $\chi\epsilon\tau'$ ἰσομοιρίαν $1C + 6 N. \text{æquabitur}$ 1,060.

Et quum sit hic $1 N. 10. \text{illic erit}$ 5.

Et si proponatur A cubus. $\frac{+ B \text{ plano in A quad.}}{D}$ æquari z foli do,

Isidem vestigiis $\frac{E \text{ plani cubus}}{+ B \text{ plano in E pl. quad.}}$ æquab. z f. in D cub.

$$1C. + \frac{1}{2} Q \text{ æquat} 270.$$

Igitur $\chi\epsilon\tau'$ ἰσομοιρίαν $1C + 3 Q. \text{æquabitur}$ 2,160

Et quum sit hic $1 N. 12. \text{illic erit}$ 6.

Et si proponatur A cubus $\frac{+ B \text{ plano in A quad.}}{D}$ æquari $\frac{Z \text{ plano-plano.}}{D}$

Isidem vestigiis $\frac{E \text{ plani cubus}}{+ B \text{ plano in E pl. quad.}}$ } æquab. z pl. pl. in D quad.

$$1C + \frac{1}{2} Q \text{ æquat} \frac{1}{2} 5^5$$

Igitur $\chi\epsilon\tau'$ ἰσομοιρίαν $1C. + 3 Q \text{ æquabitur}$ 130.

Et quum sit hic $1 N. 10. \text{illic erit}$ 5.

Sed proponatur A cubus $\frac{+ B \text{ folido in A}}{D}$ æquari $\frac{Z \text{ plano-folido.}}{H \text{ plano.}}$

D in H planum in A, esto E plano-pl. ergo $\frac{E \text{ plano-planum.}}{D \text{ in H planum.}}$ erit A.

E plano-plani cubus.

Quare $\frac{+ D \text{ in H plano-planum in B solidum in E plano-planum.}}{D \text{ cubo in H plano-plano planum.}}$ æquabitur

$\frac{Z \text{ plano-folido.}}{H \text{ plano}}$ Omnia per D cubum in H plano-planum.

E plano-plani cubus.

$\frac{+ B \text{ folido in D in H plano-planum in E plano-planum.}}{D \text{ cubo in H plano-plano planum.}}$

æquabitur Z plano-folido in D cubum in H plano-planum.

$$1C + \frac{1}{12} N. \text{æquat} \frac{1}{4} 2^5$$

Igitur $\chi\epsilon\tau'$ ἰσομοιρίαν $1C. + 2, 112 N. \text{æquabitur}$ 525, 312.

Et Radix preparata ad Radicem proposita se habet ut 48. ad 1.

Itaque quum sit hic $1 N. 72. \text{illic erit}$ $\frac{1}{2}$.

Poterit autem ad eandem fractionem quoque reduci.

$$1C. + \frac{1}{12} N. \text{æquat} \frac{1}{12} 7^2$$

Vnde per opus ἰσομοιρίαν $1C + 132 N. \text{æquabitur}$ 8,208. Et Radix preparata, ad Radicem proposita, se habet ut 12. ad 1. itaque

Quum sit hic $1 N. 18. \text{illic erit}$ $\frac{3}{2}$, quod est preparatam primum aequalitatem diuissse ἰσομοιρίαν per 4.

$1C. + 2, 112 N. \text{æquabitur}$ 525, 312. igitur Isomerica diuissione,

$1C. + \frac{2, 112}{16} \text{æquabitur}$ $\frac{525, 312}{64}$ id est $1C. + 132 N. \text{æquabitur}$ 8,208. Et quum sit

illic $1 N. 72. \text{hic erit}$ 18. quia Radix Isomerica diuissionis est 4.

M

Opus Isomæricæ diuisionis ita euidentis fit.

Proponatur $\left. \begin{array}{l} \text{E plani-cubus} \\ \rightarrow \text{G in D in E plani-quadratum} \\ \rightarrow \text{B plano in D quadratum in E planum} \end{array} \right\} \text{æqu. z f. in D cub.}$

$\frac{\text{E planum}}{\text{D}}$ esto A. igitur D in A erit E planum.

Quare $\left. \begin{array}{l} \text{D cubus in A cubum.} \\ \rightarrow \text{G in D in D quad. in A quad.} \\ \rightarrow \text{B plano in D quad. in D in A} \end{array} \right\} \text{æquab. z solido in D cubum.}$

Omnia diuidantur per D cubum $\left. \begin{array}{l} \text{A cubus.} \\ \rightarrow \text{G in A qua.} \\ \rightarrow \text{B plano in A} \end{array} \right\} \text{æquab. z solido.}$

$$1C + 12Q + 8N. \text{æquatur } 2, 280 \text{ \& fit } 1N. 10.$$

Diuidantur omnia $\frac{1}{2}$ per 2. & congrua ab ea Radice Scansilia

$$1C + \frac{12}{2}Q + \frac{8}{4}N. \text{æquabitur } \frac{2,280}{8} \text{ \& fit } 1N. \frac{10}{2}$$

$$\text{ideft } 1C. + 6Q. + 2N. \text{æquabitur } 285. \text{ \& fiet } 1N. 5.$$

Sic in potestatibus non adfectis 1C. æquatur 1, 728 & fit 1N. 12.

$$1C \text{ æquabitur } \frac{1,728}{216} \text{ \& fit } 1N. \frac{12}{6} \text{ ideft } 1C. \text{æquabitur } 8. \text{ \& fiet } 1N. 2.$$

Est autem in Analysis opus illud magni interdum compendij.

De Symmetrica Climactismo aduersus vicium Asymmetriæ.

CAP. V.

SYMMETRICA Climactismus est species adscensus Climactici: Adscensum autem Climacticum regulariter fere exposuimus, quum vtraque propositæ æqualitatis pars attollitur Climactice, quadratica quum quadratice, cubica quum cubice, & eo in infinitum ordine secundum gradus potestatum. & quum aliqui æqualitatis propositæ numeri sunt Asymmetri, & ita disponuntur, vt quæ irrationali numero concepta est magnitudo, faciat vnâ æqualitatis partem, reliquæ reliquam, idque si res postulauerit iteratur, omnis tandem Asymmetria euanescit, & æqualitas interea manet illibata, quum facta ab æqualibus sint æqualia: quod opus, id ipsum est quod vocatur Symmetrica Climactismus.

Profunt tamen alia quoque multa aduersus Asymmetriam, vt

pote ipsa interdum Isomaria, variæque transmutandarum æqualitatum, ex ipsamet constitutione per Zetefin ediscendæ & ordinanda formulæ.

De Symmetrica Climactismo Exemplum.

Proponatur $\frac{A \text{ cubus}}{B \text{ pl. in } A.}$ } æquari l. z solido-solidi.
 Oportet eam æqualitatem Asymmetria expurgare.
 Quoniam igitur Asymmetria est in planitie, quadrentur omnia igitur $\frac{A \text{ cubo cubus.}}{+ B \text{ plano plano in } A \text{ quad.}} \frac{B \text{ plano in } A \text{ quad. quadratum bis.}}{}$ } æquatur z solido-solido.

Ergo factum est quod oportuit.

1 C. — 2 N. æquatur l. 1, 200.

Igitur, 1 C. + 4 N. — 4 Q. æquabitur 1, 200. & fit 1 N. 12. quadratum Radicis de qua queritur.

Poterat autem reduci ad Symmetriam per Πρώτον ἔσχατον.

1 C. — 2 N. æquatur l. 1, 200.

Igitur 1 C. + 2 Q. æquatur 1, 200. & fit 1 N. 10. unde Radix proposita est l. 12.

Aliud.

Proponatur $\frac{A \text{ cubus}}{L c. B \text{ solido-solidi in } A.}$ } æquari z solido.

Oportet eam æqualitatem Asymmetria expurgare.

Quoniam igitur Asymmetria est in soliditate, per ea autem quæ proponuntur adhibita metathesi, & per A diuisione factâ:

$\frac{A \text{ cubus}}{— Z \text{ solido.}} \frac{A}{A}$ } æquatur l c. B solido-solidi.

Omnia ducantur cubice. $\frac{A \text{ cubo-cubo-cubus}}{— Z \text{ solido in } A \text{ cubo-cubū ter.}} \frac{+ Z \text{ solido-solido in } A \text{ cubum ter.}}{— Z \text{ solido-solido-solido.}} \frac{A \text{ cubo.}}{}$ } æq. B f. solid.

Et omnibus in A cubum ductis & rite ordinatis.

$\frac{A \text{ cubo-cubo-cubus}}{— Z \text{ solido ter in } A \text{ cubo-cubum.}} \frac{+ Z \text{ solido-solido ter in } A \text{ cubum.}}{— B \text{ solido-solido.}} \frac{A \text{ cubum.}}{}$ } æquabitur Z solido-solido-solido.

Ergo factum est quod oportuit.

1 C. — 1 c. 18. in 1 N. æquatur 6.

1 C. — 18 Q. + 90 N. æquatur 216. & fit 1 N. 12. cubus Radicis de qua queritur.

M ij

*Quemadmodum æquationes Quadrato-quadraticæ depri-
muntur ad Quadraticas, per medium Cubica-
rum à Radice plana.*

Seu de Climactica Paraplerosi.

C A P. VI.

ATque hi quinque modi ad præparandum æqualitates quo-
modocunque adfectas, ut illæ tandem explicentur numero
secundum canonica Analyſeos præcepta fere ſufficiunt: nam etſi
Radices ſint Aſymmetræ, exhibebuntur eâ methodo veris proxi-
mæ, acuratas autem exhibere, eſt Geometræ potius quam Arith-
metici: ſæpe tamen in Radicum Aſymmetriis, iuvabit Arithmeti-
cum ea cubicarum æquationum conſtitutio, quæ tradita eſt de dif-
ferentia vel aggregato mediarum, ex data differentia vel aggrega-
to extemarum, præter rectangulum ſub medijs vel extremis:
vel etiam iam tradenda doctrina de depreſſione æquationum qua-
drato-quadraticarum ad quadraticas, per medium cubicarum à
Radice plana: poterat autem negotium abſolui ex quadrato-qu-
adraticarum conſtitutione per Plafma agnitâ, ſuſcepta nova zetefi,
at non minus foeliciter, ac fortassis etiam elegantius, per opus quod
dicitur Climactica Paraplerosis, tribus quatuorue ſequentibus ex-
emplificanda Problematis.

Omnino Climactica Paraplerosi, non etiam Anaſtrophe, redu-
ci quadraticas, quadrato-quadraticas, cubo-cubicas, & exinde
per binos gradus alternos Climacticas æqualitates, iam ante
animaduerſum eſt. Eſt autem ſpecies irregularis deſcenſus, ad-
ſumpto nempe ſupplemento, quo pertinet verbi Parapleroseos
notatio.

PROBLEMA. I.

A Equationem quadrato-quadrati adfecti sub latere, per medium cubicæ Radicem habentis planam, ad quadraticam deprimere.

Proponatur $\begin{matrix} A \text{ quad. quad.} \\ + B \text{ folido in } A \end{matrix} \} \text{æquari } Z \text{ plano-plano.}$

Oportet facere quod imperatum est.

Exijs igitur quæ proponuntur, $A \text{ quad. quad.} \text{æquab. } \begin{matrix} Z \text{ pl. plano.} \\ - B \text{ folido in } A \end{matrix}$

Vtrique æqualitatis parti addatur $\begin{matrix} A \text{ quad. in } B \text{ quadratum.} \\ + E \text{ quad. quadrato. } \frac{1}{4} \end{matrix}$

Igitur $\begin{matrix} A \text{ quad. quadratum.} \\ + A \text{ quad. in } E \text{ quadratum} \\ + E \text{ quad. quadrato. } \frac{1}{4} \end{matrix} \left\{ \text{æquabitur} \right\} \begin{matrix} Z \text{ plano-plano.} \\ - B \text{ folido in } A \\ + A \text{ quad. in } E \text{ quad.} \\ + E \text{ quad. quad. } \frac{1}{4} \end{matrix}$

Omnia diuidantur subquadraticæ, illic orietur $\begin{matrix} A \text{ quadratum} \\ + E \text{ quadrato. } \frac{1}{2} \end{matrix}$

Idcirco enim de industria $A \text{ quad-quadrato}$, adiecta fuerunt in supplementum duo illa plano-plana $A \text{ quad. in } E \text{ quad.} \text{ \& } E \text{ quad. quadrati } \frac{1}{4}$, quæ alioqui deficiebant à Canonica Genesi quadrati, institutâ à duabus Radicibus planis: quod si altera æqualitatis pars posset quoque diuidi subquadraticæ, quod oriretur foret æquale $A \text{ quad. } + E \text{ quadrati } \frac{1}{4}$

Effigendum igitur quadratum à Radice plana, cui altera illa æqualitatis pars commodè comparetur, vt ei tandem Radici planæ adæquetur $A \text{ quadratum } + E \text{ quadrato } \frac{1}{2}$

Sit igitur abs $\frac{B \text{ folido}}{E 2} - E \text{ in } A$. sic enim in comparatione euanescent adfectiones sub A vel gradibus, & incidetur in æqualitatem de E , quo tendendum est.

Efficiat igitur quad. erit $\begin{matrix} B \text{ folido- solidum.} \\ + E \text{ quad. } 4. \\ + E \text{ quad. in } A \text{ quad} \\ B - \text{ folido in } A. \end{matrix} \} \text{æquandum} \left\{ \begin{matrix} Z \text{ pl. plano} \\ - B \text{ fol. in } A \\ + E \text{ quad. in } A \\ + E \text{ qu. qu. } \frac{1}{4} \end{matrix} \right.$

M iij

Et delectis vtrinque adfectionibus $\frac{E \text{ quadrati in } A \text{ quadratum.}}{B \text{ solido in } A.}$
 Omnibusque in $E \text{ quadr. 4 ductis, } + Z \text{ pl. 4. in } E \text{ quad. } \} \text{ equa. B. l. i.}$
 Innotescat autem $E \text{ quadratum esse } D \text{ quadratum.}$
 Ergo $\frac{B \text{ solidum}}{D 2.} - D \text{ in } A, \text{ æquabitur } \frac{A \text{ quadrato}}{+ D \text{ quadrato } \frac{1}{2}}$

& ordinata secundum artem æqualitate $\frac{A \text{ quad.}}{+ D \text{ in } A.} \} \text{ æq. } \} \frac{B \text{ solido.}}{D 2.} \rightarrow D \text{ quad. } \frac{1}{2}$

Et si proponatur $\frac{A \text{ quad. quad.}}{B \text{ solido in } A} \} \text{ æquari } z \text{ plano-plano,}$

Radix plana effingendi quadrati statuetur

$\frac{B \text{ solidum}}{E 2.} \rightarrow E \text{ in } A, \text{ comparanda } \frac{A \text{ quadrato}}{+ E \text{ quadrato } \frac{1}{2}}$

Idem in æqualitate negatâ inuersè conuertendo, & sub contraria adfectionis nota argumentando.

$\frac{A \text{ quad. quad.}}{B \text{ solido in } A} \} \text{ æquari } - z \text{ plano-plano.}$

Quod erit æqualia æqualibus auferre: cedit autem $E \text{ quad. semis. } \frac{B \text{ solido.}}{E 2.}$ quum alioqui præstet in negatâ directe.

Hinc poterunt ordinari tria reductionis Theoremata.

THEOREMA. I.

Si $\frac{A \text{ quadrato-quadratum}}{+ B \text{ solido in } A.} \} \text{ æquetur } z \text{ plano-plano.}$

$\frac{E \text{ quadrati-cubus}}{+ Z \text{ plano-plano 4 in } E \text{ quad.}} \} \text{ æquetur } B \text{ solido-solido.}$

Innotescat autem $E \text{ esse } D \frac{A \text{ quad.}}{+ D \text{ in } A} \} \text{ æquabitur } \frac{B \text{ solido.}}{D 2.} \rightarrow D \text{ quad. } \frac{1}{2}$

THEOREMA. II.

Si $\frac{A \text{ quadrato-quadratum}}{B \text{ solido in } A.} \} \text{ æquetur } z \text{ plano-plano.}$

$\frac{E \text{ quadrati cubus}}{+ Z \text{ plano-plano 4 in } E \text{ quad.}} \} \text{ æquetur } B \text{ solido-solido.}$

ÆQUATIONVM.

85

Innotescat autem E esse D, — $\frac{A \text{ quadratum}}{D \text{ in } A}$ } æquabitur { $\frac{B \text{ solido}}{D^2}$
— $\frac{D \text{ quadr.}}{2}$

Constitutione autem tum huius tum antecedentis æquationis bene agnita sunt duo latera, a quibus quadrato-quadratorum differentia, applicata ad aggregatum laterum, facit B solidum: id est factum duplum ex rectangulo sub lateribus in differentiam, adiunctum differentiae cubo.

Differentia vero ipsorum laterum est E seu D. & fit z plano-planum, a quadrato differentiae laterum plus rectangulo sub lateribus in ipsum rectangulum. & A est latus vnum, hic maius, illic minus.

In serie vero quatuor continuè proportionalium, fit D differentia extremarum: B solidum, differentia cuborum à singulis alterne sumptorum: z plano-planum quod fit ex vtrauis extremarum in-differentiam cuborum a reliquis alterne sumptorum: & fit A prima, hic maior inter extremas, illic minor.

Sint proportionales continue 2. 16. 40. 16. 200. 10:

1 Q. — 832 N. æquatur 1,680.

Igitur 1 Q. — 8 N. æquabitur 20. & fit 1 N. 2.

Et fit 1 Q. — 832 N. æquatur 1,680.

Igitur 1 Q. — 8 N. æquabitur 20. & fit 1 N. 10.

Nota autem est 8 differentia inter 2 & 10. quoniam 1 C. — 6,720 N. æquatur 692,224.

Vnde fit 1 N. 64. quantum est quadratum abs 8.

THEOREMA. III.

Si B solidum in A } æquatur z plano-plano.
— A quadrato-quadrato.

E quadrati cubus } æquetur B solido-solido.
— Z plano plano 4 in E quad

Innotescat autem E esse D, — $\frac{D \text{ in } A}{A \text{ quad.}}$ } æquabitur { $\frac{D \text{ quad. } \frac{z}{2}}{B \text{ solido}}$
— $\frac{D^2}{2}$

Constitutione autem æqualitatis bene agnita, est B solidum quod fit sub aggregato quadratorum in aggregatum laterum. seu aliter: cubus aggregati duorum laterum, multatus facto duplo abs rectangulo sub lateribus, in aggregatum laterum. & z plano-planum factum abs quadrato aggregati laterum minus rectangulo, in

ipsum rectangulum, & fit E seu D aggregatum ipsorum laterum, A maius ipsorum minusve.

In serie autem quatuor continuè proportionalium, est B solidum aggregatum cuborum à quatuor singulis; z plano-planum quod fit sub vtrauis extremarum in aggregatum cuborum à reliquis. D aggregatum extremarum: & fit A prima vel quarta.

Sint proportionales continue. 2. 1c. 40. 1c. 200. 10.

1, 2 4 8 N.—1 Q equatur 2, 480.

Igitur 12 N.—1 Q equabitur 20. & fit 1 N 2. vel 10.

Nota autem est 12. aggregatum 2 & 10.

1 C — 9, 9 20 N. equabitur 1, 5 5 7, 507. & fit 1 N. 144. quantum est quadratum abs 12.

PROBLEMA. II.

A Equalitatem quadrato-quadrati affecti sub cubo, per medium cubicæ radicem habentis planam, ad quadraticam deprimere,

Proponatur $\left. \begin{array}{l} \text{A quad. quadratum.} \\ + \text{B in A cubum bis.} \end{array} \right\} \text{æquari z plano-plano.}$

Oportet facere quod imperatum est.

Sane si quadratum effingatur abs

$$\left. \begin{array}{l} \text{A quad.} \\ + \text{B in A} \\ - \text{E plano } \frac{1}{4} \end{array} \right\} \text{erit illud } \left\{ \begin{array}{l} \text{A quad. quad.} \\ + \text{B in A cub. bis.} \\ + \text{B quad. in A quad.} \\ + \text{E plano. plano. } \frac{1}{4} \\ - \text{E plano. in A quad.} \\ - \text{E plano. in B in A.} \end{array} \right.$$

Vtrique igitur æquationis parti addatur id quod deficit ab effecto à statuta Radice plana quadrato, concludetur ex illa æqualium æqualibus additione.

$$\left. \begin{array}{l} \text{A quad. quad.} \\ + \text{B in A cubum bis} \\ + \text{B quad. in A quad.} \\ + \text{E plano-plano } \frac{1}{4} \\ - \text{E plano in A quad.} \\ - \text{E plano in B in A} \end{array} \right\} \text{æquari } \left\{ \begin{array}{l} \text{Z plano-plano.} \\ + \text{B quad. in A quad.} \\ + \text{E plano-plano } \frac{1}{4} \\ - \text{E plano in A quad.} \\ - \text{E plano in B in A} \end{array} \right.$$

Vtraque pars diuidatur subquadratice, illic reuocatâ ad Analysisin Genesi, orietur manifesto.

$$\left. \begin{array}{l} \text{A quadratum.} \\ + \text{B in A} \\ - \text{E plano } \frac{1}{4} \end{array} \right\}$$

Quod si altera æqualitatis pars posset quoque diuidi subquadraticè, quod oriretur foret æquale Radicibus illis planis è prima parte ortiuis.

Effingendum

Effingendum est igitur quadratum à Radice planâ, & illud alteri æqualitatis parti, id est Z plano-plano vna cum suis adfectionibus comparandum & adæquandum, vt Radices quoque comparantur & adæquentur inter se: statuitor idcirco Radix illa plana effingendi quadrati

$$\frac{\text{E planum in B}}{\text{Lv. } \left\{ \begin{array}{l} \text{B quad. 4.} \\ \text{— E plano 4.} \end{array} \right\}} \text{Lv. } \left\{ \begin{array}{l} \text{B quadrat.} \\ \text{— E plano} \end{array} \right\} \text{ in A quadratum.}$$

Sic enim in comparatione euanescent adfectiones sub A vel gradibus, & incidetur in æqualitatem de E, quo tendendum est.

Effectum igitur quadratum erit

$$\frac{\text{E plano-plan. in B quad.}}{\text{B quad. 4.} \\ \text{— E plano 4.}}$$

$$\begin{array}{l} \text{— B quad. in A quadratum} \\ \text{— E plano in A quadratum.} \\ \text{— E plano in B in A.} \end{array}$$

Adæquandum z plano-plano vna cum reliquis quæ illud comitantur & adficiunt expositis plano-planis, & deletis vtrinque adfectionibus sub A & A quadrato.

$$\frac{\text{E plan. planum in B quad.}}{\text{B quad. 4.} \\ \text{— E plano 4.}} \left\{ \begin{array}{l} \text{æquabitur } \left\{ \begin{array}{l} \text{Z plano-plano} \\ \text{— E plano-plano } \frac{1}{4} \end{array} \right. \end{array} \right.$$

Et omnibus ductis in

$$\frac{\text{B quadratum 4}}{\text{— E plano 4.}} \left\{ \begin{array}{l} \text{Z plano-plano in B quad. 4.} \\ \text{— E plano-plano in B quad.} \\ \text{— Z plano-plano in E plan. 4.} \\ \text{— E plano-plano-plano.} \end{array} \right.$$

Et deletis vtrinque E plano-plano in B quadratum, omnibusque rite ordinatis.

$$\begin{array}{l} \text{E plani cubus.} \\ \text{+ Z plano-plano 4 in E pl.} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{æquabitur z plano-plano in B quad. 4.} \end{array} \right.$$

Innotescat autem E planum esse D planum.

Ergo

$$\frac{\text{A quadratum}}{\text{+ B in A} \\ \text{— D plano } \frac{1}{2}} \left\{ \begin{array}{l} \text{æquabitur} \end{array} \right. \text{Lv. } \left\{ \begin{array}{l} \text{D plano in B} \\ \text{B quad. 4.} \\ \text{— D plano 4.} \end{array} \right. \\ \text{— Lv. } \left\{ \begin{array}{l} \text{B quad.} \\ \text{— D plano.} \end{array} \right\} \text{ in A quad.}$$

Et æqualitate secundum artem ordinata.

$$\begin{array}{l} \text{+ Lv. } \left\{ \begin{array}{l} \text{A quadratum} \\ \text{+ B in A} \\ \text{B quad.} \\ \text{— D plano.} \end{array} \right\} \text{ in A q.} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{æquabitur D pl. } \frac{1}{2} + \frac{\text{D plano in B}}{\text{B quad. 4.} \\ \text{— D plano. 4.}} \end{array} \right. \text{Lv. } \left\{ \begin{array}{l} \text{B quad. 4.} \\ \text{— D plano. 4.} \end{array} \right.$$

Et si proponatur

$$\frac{\text{A quad. quadratum.}}{\text{— B in A cubum in bis.}} \left\{ \begin{array}{l} \text{æquari z plano-plano.} \end{array} \right.$$

Radix plana effingendi quadrati statuetur.

$$\frac{\text{E planum in B}}{\text{Lv. } \left\{ \begin{array}{l} \text{B quad. 4.} \\ \text{— E plan. 4.} \end{array} \right\}} \text{— Lv. } \left\{ \begin{array}{l} \text{B quad.} \\ \text{— E plano.} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \text{in A quad. compar.} \end{array} \right\} \frac{\text{A quad.}}{\text{+ B in A.} \\ \text{— E plan. } \frac{1}{2}}$$

N

Et si proponatur — $\frac{B \text{ in } A \text{ cubum bis.}}{A \text{ quadrato quadrato.}}$ } æquari z plano-plano.

Licebit argumentari.

$\frac{A \text{ quad. quad.}}{B \text{ in } A \text{ cub. bis.}}$ } æquari — Z plano plano.

Quod erit auferre æqualia ab æqualibus.

Et Radix plana effingendi quadrati statuetur.

$\frac{E \text{ planum in } B}{Lv. \left\{ \frac{B \text{ quad. } 4.}{E \text{ plano. } 4.} \right\} - Lv. \left\{ \frac{B \text{ quad.}}{+ E \text{ plano.}} \right\} \left\{ \text{in } A \text{ q. comparanda.} \right\} \frac{B \text{ in } A}{+ E \text{ plano. } \frac{1}{2}} - Aq.}$

Fit itaque omni casu reductio quæ imperata est.

Hinc ordinabuntur tria reductionis Theoremata.

THEOREMA. I.

Si $\frac{A \text{ quad. quad.}}{+ B \text{ in } A \text{ cub.}}$ } æquetur z plano-plano.

$\frac{E \text{ plani cubus.}}{+ Z \text{ plano-plano } 4 \text{ in } E \text{ planum.}}$ } æquetur z plano-plano in B quad. 4.

Innotescat autem E planum esse D planum.

$\frac{Aq.}{+ B \text{ in } A} + Lv. \left\{ \frac{B \text{ quad.}}{- D \text{ plano.}} \right\} \left\{ \text{in } A \text{ quad.} \right\} \cdot \frac{D \text{ plano in } B}{B \text{ quad. } 4.} + D \text{ plano } \frac{1}{2}$
 $Lv. \left\{ \frac{B \text{ quad. } 4.}{- D \text{ plano. } 4} \right\}$

THEOREMA. II.

Si $\frac{A \text{ quad. quad.}}{B \text{ in } A \text{ cub. bis.}}$ } æquetur z plano-plano.

$\frac{E \text{ plani cubus}}{- Z \text{ plano-plano } 4 \text{ in } E \text{ planum}}$ } æquetur z plano-plano in B q. 4.

Innotescat autem E planum esse D planum.

$\frac{Aq.}{+ B \text{ in } A} + Lv. \left\{ \frac{B \text{ quad.}}{- D \text{ plan.}} \right\} \left\{ \text{in } A \text{ quad.} \right\} \cdot \frac{D \text{ plano in } B}{B \text{ quad. } 4.} + D \text{ plano } \frac{1}{2}$
 $Lv. - D \text{ plano. } 4$

Constitutione autem tum huius tum antecedentis æqualitatis bene agnitâ, sunt duo latera à quibus quadrato-quadratorum differentia applicata ad aggregatum cuborum facit B bis: quadratum verò differentię laterum multatâ ipsâ B, ablatum ex eiusdem B quadrato, relinquet D planum, siue E planum: & fit z plano-plano ex applicatione cubi à D plano, ad differentiam quadruplam quadratorum a D & B. & A est latus vnum. hic maius, illic minus.

In serie verò quatuor continuë proportionalium B bis est dif-

ÆQVATIONVM.

99

ferentia illarum omnium alternè sumptarum. Z plano-planum quod fit ab vtrauis extremarum in cubum differentiae reliquarum trium alternè sumptarum: & fit E planum siue D planum differentia subquadrupla, inter quadratum differentiae omnium alternè sumptarum, & quadratum differentiae extremarum multatae triplâ differentiae mediarum.

Vnde Lv. $\frac{B \text{ quad. } 4.}{D \text{ plano. } 4.}$ est differentia extremarum minus triplâ differentiae mediarum: & quum prima intelligitur minor inter extremas. illic fit A differentia trium primarum alternè sumptarum, hic trium postremarum.

Sint proportionales continuè. 1. 2. 4. 8.

1 Q Q. + 5 c. aequatur 216.

Igitur 1 Q + 3 N. aequabitur 18. & fit 1 N. 3.

Et si 1 Q Q. - 5 c. aequatur 216.

Igitur 1 Q. - 3 N. aequabitur 18. & fit 1 N. 16.

Nota est autem 3. quoniam 1 c. + 864 N. aequatur 5,400. & fit 1 N. 6. differentia subquadrupla inter quadratum abs dato latere. 5. & quadratum abs. 1. unde dignoscitur ipsa longitudo quæ adiecta longitudini. 5. facit 6. duplum ipsius 3.

THEOREMA. III.

Si B in A cubum bis $\frac{B \text{ in A}}{A \text{ quad. quad.}}$ æquetur z plano-plano.

E plani cubus
- Z plano-plano 4 in E planum $\frac{E \text{ plani cubus}}{Z \text{ plano-plano } 4 \text{ in } E \text{ planum}}$ æquabitur z plano-plan. in B quad. 4.

Innotescat autem E planum esse D planum.

+Lv. $\frac{B \text{ in A}}{A \text{ quad.}}$ $\frac{B \text{ quad.}}{D \text{ plano.}}$ in A q. æquabitur Lv. $\frac{D \text{ plano in B}}{B \text{ quad. } 4.}$ + D plano $\frac{1}{2}$ -
- A quad. + D plano 4.

Constitutione autem æqualitatis bene agnitâ, sunt duo latera à quibus differentia quadrato-quadratorum, applicata differentiae cuborum facit B bis: differentia vero inter quadratum aggregati laterum multati B, & ipsum B quadratum, relinquit D planum. & fit z plano-planum ex applicatione cubi à D plano, ad aggregatum quadruplum quadratorum a B plus D. & est A latus maius minus.

In serie quatuor continuè proportionalium, B bis est composita ex illis omnibus.

Z plano-planum quod fit ab vtrauis extremarum, in cubum compositæ ex tribus reliquis.

N ij

Et fit E planum seu D planum differentia subquadrupla inter quadratum aggregati extremarum, adiuncti triplo aggregati mediarum, & quadratum aggregati omnium.

Vnde Lv. $\left\{ \begin{array}{l} \text{B quad. 4.} \\ + \text{D plano 4.} \end{array} \right\}$ est aggregatum extremarum, plus triplo aggregati mediarum, & fit A composita ex tribus primis siue ex tribus postremis.

Sint proportionales continuè 1. 2. 4. 8.

15 C. — 1 Q. quadratur 2, 7 4 4.

Igitur 21 N. — 1 Q. æquabitur 98 & fit 1 N. 7. vel. 14.

Nota est autem 21. quoniam 1 C. — 10, 976 N. quadratur 617, 400.

Et fit 1 N. 126. differentia subquadrupla inter 225. & 729.

Vnde dignoscitur l. 7 29. id est longitudo 27. quæ adiecta longitudini 15. facit 42. duplum ipsius 21.

PROBLEMA. III.

A Equalitatem Quadrato-quadrati adfecti tam sub Latere quam Quadrato, per medium Cubicæ Radicem habentis planam, ad Quadraticam deprimere.

Proponatur $\left\{ \begin{array}{l} \text{A quadrato-quadratum.} \\ + \text{G plano in A quad. bis.} \\ + \text{B solido in A.} \end{array} \right\} \text{æquari plano-plano.}$

Oportet facere quod imperatum est.

Sane si quadratum effingatur abs

$\left\{ \begin{array}{l} \text{A quad.} \\ + \text{G plano} \\ + \text{E quad. } \frac{1}{2} \end{array} \right\} \text{erit illud} \left\{ \begin{array}{l} \text{A quad. quad.} \\ + \text{G plan. plano.} \\ + \text{G quad in A qu. bis.} \\ + \text{E quad. quad. } \frac{1}{4} \\ + \text{E quad. in A quad.} \\ + \text{G plan. in E quad.} \end{array} \right\}$

Quoniam igitur ex ijs quæ proposita sunt, adhibita Metathesi.

$\left\{ \begin{array}{l} \text{A quadrato-quadratum} \\ + \text{G plano in A quadratum bis} \end{array} \right\} \text{æquatur} \left\{ \begin{array}{l} \text{Z plano-plano} \\ - \text{B solido in A.} \end{array} \right\}$

Vtrique igitur æquationis parti addatur id quod deficit ab effecto à statutâ Radice plana quadrato, ergo hac æqualium, æqualibus additione, rursus pars parti æqualis erit.

Iam utraq; pars diuiditur sub quadraticæ, illic reuocatâ ad Analysisin Genesi, orietur manifesto

$\left\{ \begin{array}{l} \text{A quadratum.} \\ + \text{G plano} \\ + \text{E quad. } \frac{1}{2} \end{array} \right\}$

Quod si altera quoque æqualitatis pars posset diuidi sub quadraticæ, quod oriretur, foret Radicibus illis planis ex prima parte ortiuis æquale.

ÆQVATIONVM.

101

Effingendum est igitur quadratum à Radice planâ, & illud alteri æqualitatis parti, id est z plano-plano vna cum suis adfectionibus comparandum & ad æquandum, vt Radices quoque comparantur & ad æquentur inter se, & statuatur idcirco Radix illa plana effingendi quadrati $\frac{B \text{ solidum}}{E \text{ bis.}}$ — E in A, sic enim in comparatione euanescent adfectiones sub A & gradibus, & incidetur in æqualitatem de E, quo tendendum est.

Effectum igitur quadratum erit.

$$\left. \begin{array}{l} + B \text{ solido-solidum} \\ E \text{ quad. 4.} \\ + E \text{ quad. in A quad.} \\ - B \text{ solido in A.} \end{array} \right\} \text{æquale} \left\{ \begin{array}{l} Z \text{ plano-plano.} \\ - B \text{ solid. in A} \\ + G \text{ plan. plano} \\ + E \text{ quad. quad. } \frac{1}{4} \\ + E \text{ quad. in A quad.} \\ + G \text{ plan. in E quad.} \end{array} \right.$$

Et deletis vtrinque adfectionibus sub A & A quadrato.

$$\frac{B \text{ solido-solidum}}{E \text{ 4.}} \left\{ \text{æquabitur} \right\} \left\{ \begin{array}{l} Z \text{ plano-plano} \\ + G \text{ plano-plano} \\ + E \text{ quad. quad. } \frac{1}{4} \\ + G \text{ plan in E quad.} \end{array} \right.$$

Et omnibus in E quadratum 4. ductis & rite ordinatis.

$$\left. \begin{array}{l} E \text{ quadrati cubus} \\ + G \text{ plano 4 in E quadrati quad.} \\ + Z \text{ plano-plano 4.} \\ + G \text{ plano-plano 4 } \end{array} \right\} \text{in E quad.} \left\{ \text{æquabitur B solido-solido.} \right.$$

$$\text{Innotescat autem E esse D. } \frac{A \text{ q.}}{+ D \text{ in A}} \left\{ \text{æquabitur} \right\} \left\{ \begin{array}{l} B \text{ solido} \\ D \text{ z} \\ - G \text{ plano} \\ + D \text{ quadrato } \frac{1}{2} \end{array} \right.$$

$$\text{Et si proponatur } \left. \begin{array}{l} A \text{ quad quad.} \\ + G \text{ plano in A quadrat. bis.} \\ - B \text{ solido in A} \end{array} \right\} \text{æquari z plano-plano.}$$

Radix effingendi quadrati statuetur.

$$\frac{B \text{ solidum}}{E \text{ bis}} \left\{ \text{comparanda} \right\} \left\{ \begin{array}{l} A \text{ quadrato} \\ + E \text{ plano} \\ + E \text{ quad. } \frac{1}{2} \end{array} \right.$$

$$\text{Et si proponantur } \left. \begin{array}{l} A \text{ quad. quad.} \\ - G \text{ plano A quad. bis.} \\ - B \text{ solido in A.} \end{array} \right\} \text{æquari z plano-plano.}$$

Radix plana effingendi quadrati statuetur.

$$\frac{B \text{ solidum}}{E \text{ bis.}} \left\{ \text{comparanda.} \right\} \left\{ \begin{array}{l} A \text{ quadrato} \\ - G \text{ plano} \\ + E \text{ quad. } \frac{1}{2} \end{array} \right.$$

$$\text{Et si proponatur } \left. \begin{array}{l} G \text{ plan. in A quad. bis.} \\ + B \text{ solido in A} \\ - A \text{ quad. quad.} \end{array} \right\} \text{æquari z plano-plano.}$$

Inuersis adfectionum notis, Radix plana effingendi quadrati

N iij

statuetur quoque $\frac{B \text{ solidum}}{E \text{ bis}} \rightarrow E \text{ in A}$ } comparanda $\left\{ \begin{array}{l} A \text{ quadra. o} \\ G \text{ plano} \\ \rightarrow E \text{ quadrato. } \frac{1}{2} \end{array} \right.$

Et si proponatur $\frac{G \text{ plan. in A quad. bis.}}{B \text{ solido in A}} \rightarrow A \text{ quad quadrato.}$ } æquari z plano-plano.

Inuersis adfectionum notis, Radix plana effingendi quadrati
statuetur $\frac{E \text{ in A}}{\rightarrow B \text{ solido}} \rightarrow E \text{ bis.}$ } comparanda $\left\{ \begin{array}{l} A \text{ quad.} \\ G \text{ plan.} \\ E \text{ quad. } \frac{1}{2} \end{array} \right.$

Et si proponatur denique $\frac{B \text{ solidum in A}}{G \text{ plano in A quad bis}} \rightarrow A \text{ quad. quad.}$ } æqu. z pl. plano.

Inuersis adfectionum notis Radix plana effingendi quadrati sta-
tuetur $\frac{E \text{ in A}}{\rightarrow B \text{ solido}} \rightarrow E \text{ bis.}$ } comparanda $\left\{ \begin{array}{l} A \text{ quadrato} \\ \rightarrow G \text{ plano.} \\ \rightarrow E \text{ quad. } \frac{1}{2} \end{array} \right.$

Fit itaque omni casu reductio quæ imperata est.

ALITER.

A Equalitatem Quadrato-quadrati affecti tam sub
Latere quam Quadrato, per medium Cubicæ Ra-
dicem habentis planam, ad Quadraticam reducere.

Proponatur $\frac{A \text{ quad. quad.}}{\rightarrow G \text{ plano in A quad.}} \rightarrow B \text{ solido in A}$ } æquari z plano-plano.

Oportet facere quod imperatum est.

Quoniam per ea quæ proponuntur facta Metathesi,

A quad. quad. æquatur $\left\{ \begin{array}{l} Z \text{ plano-plano} \\ G \text{ plano in A quad.} \\ B \text{ solido in A.} \end{array} \right.$

Vtrobique addatur $\frac{E \text{ planum in A quad.}}{\rightarrow E \text{ plano-plano. } \frac{1}{4}}$ } pars igitur parti rursus
adæquabitur, & ab illa quidem quum diuiditur subquadratice,
oritur $\frac{A \text{ quadratum}}{\rightarrow E \text{ plano } \frac{1}{4}}$. diuiditor igitur quoque altera pars sub qua-
dratice, & idcirco effingatur quadratum abs commoda Radice, &
illud comparetur, & adæquetur altera illi pars, vtpote statutor
Radix.

$\frac{B \text{ solidum}}{E \text{ plan. } \frac{1}{4}} \rightarrow G \text{ plan. } \frac{1}{4}$ } —Lv. $\left\{ \begin{array}{l} E \text{ plani} \\ G \text{ plano.} \end{array} \right.$ } in A quadratum.

Igitur $\frac{B \text{ solido-solidum}}{E \text{ plano. 4.}}$
 $\frac{-G \text{ plano 4.}}{+E \text{ plano}}$
 $\frac{-G \text{ plano}}{-B \text{ solido in A}}$ } in A quad. } æquabitur { $\frac{Z \text{ plano-plano.}}{-G \text{ plano in A quad.}}$
 $\frac{-B \text{ solido in A}}{+E \text{ plano in A quad.}}$
 $\frac{-E \text{ plano-plano.}}{+E \text{ plano-plano.}}$

Itaque $\frac{E \text{ plani cubus}}{-G \text{ plano in E plani quad.}}$
 $\frac{+Z \text{ plano-plano 4. in E plani.}}$ } æquabitur { $\frac{B \text{ solido-solido}}{-Z \text{ plano-plan. in G. pl. 4.}}$

E planum autem innotescat esse F planum.

Igitur $\frac{B \text{ solidum}}{Lv. \frac{F \text{ plani 4.}}{-G \text{ plano 4.}}}$
 $\frac{-Lv. \frac{F \text{ plani}}{-G \text{ plano}}}$ } in A q } æquabitur { $\frac{A \text{ quadrato}}{-F \text{ plano } \frac{1}{2}}$

Et si proponatur $\frac{A \text{ quad. quad.}}{+G \text{ plano in A quad.}}$
 $\frac{-B \text{ solido in A.}}$ } æquari z plano-plano.

Radix plana effingendi quadrati statuetur

$Lv. \frac{E \text{ plani}}{+G \text{ plano}}$ } in A q } comparanda { $\frac{E \text{ plano } \frac{1}{2}}{-A \text{ quadrato.}}$
 $\frac{-B \text{ solido}}{E \text{ plani 4.}}$
 $Lv. \frac{-G \text{ plano 4.}}$

Et si proponatur denique $\frac{B \text{ solidum in A}}{-G \text{ plano in A quad.}}$
 $\frac{-A \text{ quad. quad.}}$ } æqu. z plano-plano.

Radix plana effingendi quadrati statuetur.

$Lv. \frac{E \text{ plani}}{-G \text{ plano}}$ } in A q. } comparanda { $\frac{E \text{ plano } \frac{1}{2}}{-A \text{ quadrato.}}$
 $\frac{+B \text{ solido}}{E \text{ plani 4.}}$
 $Lv. \frac{-G \text{ plano 4.}}$

Fit itaque omni casu reductio quæ imperata est.

Ac secundum priorem quidem formulam, ordinata sunt Theorematæ hæc

THEOREMA. I.

Secundum priorem formulam.

Si $\frac{A \text{ quad. quad.}}{+G \text{ plano bi. in A quad.}}$
 $\frac{-B \text{ solido in A.}}$ } æquetur z plano-plano.

$\frac{E \text{ quadrati cubus}}{+G \text{ plano 4. in E quadrati quadratum}}$
 $\frac{+Z \text{ plano-plano 4.}}{+G \text{ plano-plano 4.}}$ } in E quadratum. } æquetur B solido-solido.

Innotescat autem E esse D. $\frac{A \text{ quad.}}{+ D \text{ in } A} \} \text{æquab.}$ $\frac{B \text{ folido}}{D \text{ bis}}$
 $+ D \text{ quadrato } \frac{1}{2}$
 $- G \text{ plano.}$

1 Q Q. $+ 6 Q. + 880 N.$ æquatur 1,800. fit 1 N. 2.

1 C. $+ 12 Q. + 7,236 N.$ æquatur 774,400. fit 1 N. 64. quadratum à R. a.
 dice 8.

1 Q. $+ 8 N.$ æquabitur 20. fit 1 N. 2.

THEOREMA II.

Si A quad. quad. $\} \text{æquatur } z \text{ plano-plano.}$
 $+ G \text{ plano bis in } A \text{ quad.}$
 $- B \text{ folido in } A.$

E quadrati cubus
 $+ G \text{ plano-plano } 4. \text{ in } E \text{ quadrati quad.}$
 $+ Z \text{ plano-plano } 4. \} \text{æquatur } B \text{ folido-folido.}$
 $+ G \text{ plano-plano } 4. \} \text{ in } E \text{ quadratum}$

Et E innotescat esse D. $\frac{A \text{ quad.}}{- D \text{ in } A} \} \text{æquabitur}$ $\frac{B \text{ folido}}{D^2}$
 $- D \text{ quadrato}$
 $- G \text{ plano.}$

1 Q Q. $+ 6 Q. - 880 N.$ æquatur 1,800. fit 1 N. 10.

1 C. $+ 12 Q. + 7,236 N.$ æquatur 774,400. fit 1 N. 64. quadratum abs 8.

1 Q. $- 8 N.$ æquatur 20. fit 1 N. 10.

THEOREMA III.

Si A quad. quad. $\} \text{æquetur } z \text{ plano-plano.}$
 $+ G \text{ plano bis in } A \text{ quad.}$
 $+ B \text{ folido in } A$

E quadrati cubus
 $- G \text{ plano } 4. \text{ in } E \text{ quadrati quad.}$
 $+ Z \text{ plano-plano } 4. \} \text{æquet. } B \text{ folido-folido.}$
 $+ G \text{ plano-plano } 4. \} \text{ in } E \text{ quad.}$

Et E innotescat esse D, $\frac{A \text{ quad.}}{+ D \text{ in } A} \} \text{æquabitur}$ $\frac{B \text{ folido}}{D^2}$
 $- D \text{ quad. } \frac{1}{2}$
 $+ G \text{ plano.}$

1 Q Q. $- 4 Q. + 800 N.$ æquatur 1,600 fit 1 N. 2.

1 C. $- 8 Q. + 6,416 N.$ æquatur 640,000. fit 1 N 64. quadratum abs 8.

1 Q. $+ 8 N.$ æquatur 20. fit 1 N. 2.

THEO.

THEOREMA. IIII.

Si $\left. \begin{array}{l} \text{A quad. quad.} \\ \text{— G plano bis in A quad.} \\ \text{— B folido in A.} \end{array} \right\} \text{æquetur z plano-plano.}$

$\left. \begin{array}{l} \text{E quadrati cubus} \\ \text{— G plano 4. in E quadrati quadrat.} \\ \text{+ Z plano-plano 4.} \\ \text{+ G plano-plano 4.} \end{array} \right\} \text{æquet. B folido-solidum.}$

Et E innotescat esse D. $\left. \begin{array}{l} \text{A quad.} \\ \text{— D in A} \end{array} \right\} \text{æquabitur } \frac{\text{B folido}}{\text{D 2.}}$
 $\text{— D quad. } \frac{1}{2}$
 + G plano.

1 Q Q — 4 Q. — 800 N. æquatur 1,600. fit 1 N. 10.

1 C — 8 Q + 6,416 N. æquatur 640,000. fit 1 N. 64. quad. abs 8.

1 Q — 8 N. æquatur 20. fit 1 N. 10.

THEOREMA V.

Si $\left. \begin{array}{l} \text{G planum bis in A quad.} \\ \text{+ B folido in A} \\ \text{— A quad. quad.} \end{array} \right\} \text{æquetur z plano-plano.}$

$\left. \begin{array}{l} \text{E quadrati cubus} \\ \text{— G plano 4. in E quadrati quadrat.} \\ \text{— Z plano-plano 4.} \\ \text{+ G plano plano 4.} \end{array} \right\} \text{æquet B folido-solidum.}$

Et E innotescat esse D, $\left. \begin{array}{l} \text{D in A} \\ \text{— A quad.} \end{array} \right\} \text{æquabitur } \left\{ \begin{array}{l} \text{D quad. } \frac{1}{2} \\ \text{— G plano} \end{array} \right. \frac{\text{B folido}}{\text{D 2.}}$

44. Q + 720 N. — 1 Q Q æquatur 1,600. fit 1 N. 10. vel 2.

1 C. — 88 Q — 4,464 N. æquatur 518,400. fit 1 N. 144. quadratum abs 12.

12 N. — 1 Q æquatur 20. fit 1 N. 10 vel 2.

THEOREMA VI.

Si $\left. \begin{array}{l} \text{G planum bis in A} \\ \text{— B folido in A} \\ \text{— A quad. quad.} \end{array} \right\} \text{æquetur z plano-plano.}$

$\left. \begin{array}{l} \text{E quadrati cubus.} \\ \text{— G plano 4. in E quadrati quadrat.} \\ \text{+ Z plano-plano 4.} \\ \text{— G plano-plano 4.} \end{array} \right\} \text{æquet. B folido-solidum.}$

Et E innotescat esse D, $\left. \begin{array}{l} \text{D in A} \\ \text{— A quad.} \end{array} \right\} \text{æquabitur } \left\{ \begin{array}{l} \text{D quad. } \frac{1}{2} \\ \text{— G plano 4.} \\ \text{— B folido} \end{array} \right. \frac{\text{D 2.}}{\text{O}}$

114 Q. — 120 N. — 1 Q. Q. æquatur 200. & fit 1 N. 2. vel 10.
 1 C — 228 Q. + 12, 196 N. æquatur 14, 400. fit 1 N. 144. quad. abs 12.
 12 N. — 1 Q. æquatur 20. fit 1 N. 10. vel 2.

THEOREMA VII.

Si B solidum in A
 — G plano bis in A quad.
 — A quad. quad. } æquetur z plano-plano.

E quadrati cubus
 + G plano 4 in E quadrati quadratum
 — Z plano-plano 4.
 + G plano-plano 4. } in E quadratum. } æquetur B solido-solido.

Et E innotescat esse D, $\frac{D \text{ in A}}{-A \text{ quad.}}$ } æquabitur $\left\{ \frac{D \text{ quad.} \cdot \frac{1}{2}}{-G \text{ plano.}} \right\}$ — B solido $\frac{D 2.}{-D 2.}$

1,440 N. — 16 Q. — 1 Q. Q. æquatur 2,800 & fit 1 N. 10 vel 2.

1 C. + 32 Q. — 10,944 N. æquatur 2,073,600. & fit 1 N. 144. quadratum abs 12.

12 N. — 1 Q. æquatur 20. & fit 1 N. 10 vel 2.

Ad posteriorem autem formulam pertinent quæ sequuntur.

THEOREMA I.

Secundum posteriorem Formulam.

Si A quad. quad.
 + G plano in A quad.
 + B solido in A. } æquetur z plano-plano.

E plani cubus
 — G plano in E plani quad.
 + Z plano 4. in E planum. } æquetur $\frac{B \text{ solido-solido}}{+ Z \text{ plano-plan. in G planum}}$

Et innotescat E planum esse F planum.

$\frac{A \text{ quad.}}{+Lv. \left\{ \frac{F \text{ plani}}{-G \text{ plano}} \right\} \text{ in A q.}}$ } æquabitur $\frac{B \text{ solido}}{Lv. \left\{ \frac{F \text{ plani 4.}}{-G \text{ plano 4.}} \right\}} - F \text{ plano 1.}$

1 Q. Q. + 6 Q. + 880 N. æquatur 1,800. fit 1 N. 2.

1 C — 6 Q. + 7,200 N. æquatur 817,600 fit 1 N. 70.

70 — 6 est quadratum abs 8.

1 Q. + 8 N. æquabitur 20 fit 1 N. 2.

THEOREMA II.

Si A quad. quad.
 + G plano in A quad.
 — B solido in A } æquetur z plano-plano.

ÆQVATIONVM.

107

E plani cubus
 — G plano in E plani quad. } æquetur { B solido-solido
 + Z plano-plano 4 in E planum } + Z plano-plano 4 in G planum.

Et innotescat E planum esse F planum.

A quadratum
 — Lv { — F plani } in A q. } æquab. Lv { — B solido } — F plano 4.
 — G plano } — G plano 4.

1 Q Q. + 6 Q. — 800 N. æquatur 1, 800. fit 1 N. 10.

1 C. — 6 Q. + 7, 200 N. æquatur 817, 600. fit 1 N. 70.

70 — 6 est quadratum abs 8.

1 Q — 8 N. æquabitur 20. fit 1 N. 10.

THEOREMA III.

Si A quad. quad.
 — G plano in A quad. } æquetur z plano-plano.
 + B solido in A

E plani cubus.
 + G plano in E plani quad. } æquetur { B solido-solido
 + Z plano-plano 4 in E planum. } — Z plano-plano 4 in G planum.

Et innotescat autem E planum esse F planum.

A quadratum
 + Lv. { — F plani } in A q. æqu. { — B solido } — F plano 4.
 — G plano } + G plano 4.

1 Q Q. — 4 Q. + 800 N. æquatur 1, 600. fit 1 N. 2.

1 C. + 4 Q. + 6, 400 N. æquatur 614, 400. fit 1 N. 60.

60 + 4 faciunt quadratum abs 8.

1 Q + 8 N. æquatur 20. fit 1 N. 2.

THEOREMA II.

Si A quad. qua l.
 — G plano in A quad. } æquetur z plano-plano.
 — B solido in A

E plani cubus
 + G plano in E plani quad. } æquetur { B solido-solido
 + Z plano-plano 4 in E planum. } + Z plano-plano 4 in G planum.

Et innotescat E planum esse F planum.

A quadratum
 — Lv. { — F plani } in A q. } æquab. Lv. { — B solido } — F plano 4.
 — G plano } + G plano 4.

1 Q Q. — 4 Q. — 800 N. æquatur 1, 600. fit 1 N. 10.

1 C. + 4 Q. + 64 N. æquatur 614, 400. fit 1 N. 60.

60 + 4. est quadratum abs 8.

O ij

12. — 8 N. æquatur 20. fit 1 N. 10.

THEOREMA V.

Si G planum in A quad. } æquetur z plano plano.
 — B solido in A.
 — A quad. quad.

E plani cubus } æquetur { B solido-solido.
 — G plano in E plani quad. } — Z plano-plano 4 in G plan.
 — Z plano-plano 4 in E planum

Et innotescat E planum esse F planum.

Lv. { F plani } in A qu. } æquabitur F plano $\frac{1}{2}$ — B solido
 — G plano } — A quadrato } Lv. { F plano 4.
 — G plano 4. } — G plano 4.

44 Q. + 720 N. — 1 Q Q. æquatur 1,600. fit 1 N. 10. vel 2.

1 C. + 44 Q. — 6,400 N. æquatur 800,000. fit 1 N. 100.

100 + 44. facit quadratum abs 12.

12 N. — 1 Q. æquabitur 20 fit 1 N. 10 vel 2.

THEOREMA VI.

Si G planum in A quad. } æquetur z plano-plano.
 — B solido in A.
 — A quad. quad.

E quadrati cubus } æquetur { B solido-solido.
 — G plano in E plani quadratum } — Z plano-plano 4. in G plan.
 — Z plano-plano 4. in E planum

Et E planum innotescat esse F planum.

Lv. { F plani } in A q. } æquabitur F plano $\frac{1}{2}$ + B solido
 — G plano } — A quadrato. } Lv. { F plani 4.
 — G plano 4. } — G plano 4.

114 Q. — 120 N. — 1 Q Q. æquatur 200. fit 1 N. 2. vel 10.

1 C. + 144 Q. — 800 N. æquatur 105,600. fit 1 N. 30.

30 + 114. facit quadratum abs 12.

12 N. — 1 Q. æquatur 20. fit 1 N. 2. vel 10.

THEOREMA VII.

Si B solido in A } æquetur z plano-plano.
 — G planum in A quad.
 — A quad. quad.

E plani cubus } æquetur { B solido-solido.
 — G plano in E plani quad. } — Z plano-plano 4. in G plan.
 — Z plano-plano 4. in E planum

Et E planum innotescat esse F planum.

Lv. $\left\{ \begin{array}{l} \text{F plano} \\ \text{— G plano} \end{array} \right\}$ in A q. $\left\{ \begin{array}{l} \text{— B solido} \\ \text{— G plano 4.} \end{array} \right\}$ æquabitur F plano $\frac{1}{2}$
 — A quadrato
 1, 440 N. — 16 Q. — 1 Q æquatur 2800. fit 1 N. 2 vel 10.
 1 C. — 16 Q — 11, 200 N. æquatur 1, 894, 400. fit 1 N. 160.
 160 — 16 facit quadratum abs 12.
 12 N — 1 Q æquatur 20. fit 1 N. 2. vel 10.

Et quid attinet reliquas metatheses persequi, quum adfectio-
 nes sub cubo euanescent expurgatione per vncias quadrantes.
 Hæc itaque sunt satis superque.

*Quemadmodum Æquationes Cubicæ deprimuntur ad Qua-
 draticas à Radice solida.*

seu

De Duplicata Hypostasi.

C A P. VII.

A Equè modus transmutandi qui dicitur Duplicata Hyposta-
 sis, non minus elegans est & impendiosus, ad exhibendas
 Radicum Asymmetrias in cubis aliquot sub latere affectis, ac Ze-
 tesin nouam instituendi cura, ex agnita singulari de qua initio præ-
 cedentis capituli monuimus, cuborum illorum constitutione.

Sequentia itaque iuuabit subiunxisse Problemata.

P R O B L E M A I.

C Vbum adfectum sub Latere adfirmatè, ad Quadra-
 tum Radicem habens solidam, idemque adfectum,
 reducere.

Proponatur $\begin{array}{l} \text{A cubus} \\ \rightarrow \text{B plano ter in A} \end{array}$ } æquari 2 solido bis.

Opportet facere quod propositum est.

$\begin{array}{l} \text{E quadratum} \\ \rightarrow \text{A in E.} \end{array}$ } æquetur B plano.

Vnde B planum ex huiusmodi æquationis constitutione, intel-
 ligitur rectangulum sub duobus Lateribus quorum minus est E,

Q iij

differentia à maiore A. igitur $\frac{B \text{ planum}}{E \text{ quad}}$ erit A.

Quare $\frac{B \text{ plano-plano-planum.}}{E \text{ cubo.}}$ } æquabitur z solido bis.
 $\frac{E \text{ quad. in B plano-planum ter}}{B \text{ plano in E quad ter}}$
 $\frac{E \text{ quad. quad. in B planum ter}}{B \text{ plano in E quad ter}}$
 $\frac{E \text{ cubo-cubo}}{E \text{ cubo.}}$
 $\frac{B \text{ plano-plano ter}}{B \text{ plano in E quad ter}}$

Et omnibus per E cubum ductis, & ex arte concinnatis.

$\frac{E \text{ cubi quadratum}}{Z \text{ solido bis in E cubum}}$ } æquabitur B plani cubo.

Quæ æquatio est quadrati affirmate affecti, Radicem habentis solidam; facta itaque reductio est quæ imperabatur.

Confectarium.

Itaque si. $\frac{A \text{ cubus}}{B \text{ plano ter}}$ } æquetur z solido bis.
 $\frac{B \text{ plano-plano-plani}}{Z \text{ solido.}}$ } æquetur D cubo.
 $\frac{B \text{ planum}}{D \text{ quadrat.}}$ } fit A de qua quæritur.

Si C. + 81 N. æquetur 702.

quoniam l. 19, 683. + 123, 201 seu 142, 884, seu denique 378.

mutatus sibi 10351. est 27 cubus à Latere 3.

Ideo 27 seu 6 est 1 N. de qua quæritur.

$\frac{9}{3}$

Aliter & secundo.

$\frac{E \text{ quadratum}}{A \text{ in E.}}$ } æquetur B plano.

Vnde B planum ex huiusmodi æquationis constitutione, intelligitur rectangulum sub duobus lateribus, quorum maius est E, excessus vero eiusdem supra minorem A. igitur

$\frac{E \text{ quadratum}}{B \text{ plano}}$ } æquabitur A.

Quare per ea quæ proponuntur, omnibus ex arte concinnatis.

$\frac{E \text{ cubi quadratum}}{Z \text{ solido bis in E cubum}}$ } æquabitur B plani cubo.

Quæ æquatio est quadrati negatæ affecti, Radicem habentis so-

ÆQVATIONVM.

III

lidam. Facta itaque est rursus reductio quæ imperabatur.

Confectarium secundum.

$$\begin{array}{l} \text{Itaque si } \begin{array}{l} \text{A cubus} \\ + \text{B plano ter in A.} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{æquetur z solido bis.} \end{array} \right. \\ \begin{array}{l} \text{L} \left\{ \begin{array}{l} \text{B plano-plano-plani} \\ + \text{Z solido-solido.} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \text{æquetur G cubo.} \end{array} \right. \\ \quad + \text{Z solido} \\ \quad \text{G quadratum} \\ - \text{B plano} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{æquabitur A.} \end{array} \right. \\ \hline \text{G} \end{array}$$

Si $C + 81 N$. æquetur 702.

quoniam 378. plus 351 est 729. Cubus à Latere 9. idco 81 sen 6.

est 1 N. de qua queritur.

— 27

Confectarium.

E duobus antedictis confectariis.

Denique sunt duo latera vnum idemque minus D, alterum idemque maius G, quorum differentia est A de qua quæritur.

$$\begin{array}{l} \text{Itaque Lvc. L} \left\{ \begin{array}{l} \text{B plano-plano-plani} \\ + \text{Z solido-solido.} \end{array} \right\} + \text{Z solido.} \\ - \text{Lvc. L} \left\{ \begin{array}{l} \text{B plano-plano-plani} \\ + \text{Z solido-solido} \end{array} \right\} - \text{Z solido.} \end{array}$$

Est A quæsitæ.

Si $C + 6 N$. æquetur 2.

Lc 4 — Lc 2. est 1 N de qua queritur.

PROBLEMA II.

Cvbum adfectum sub Latere negatè, ad planum sub Radice solida negatum de Quadrato, reducere.

Oportet autem in æquatione propositâ, cubum e triente coefficientis adfectionis, cedere solidi comparationis sub-quadruplo quadrato.

Proponatur $\begin{array}{l} \text{A cubus} \\ - \text{B plano ter in A} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{æquari z solido bis.} \end{array} \right.$

Oportet facere quod propositum est.

$\begin{array}{l} \text{A in B} \\ - \text{E quadrato} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{æquetur B plano.} \end{array} \right.$

Vnde B planum ex huiusmodi æquationis constitutione, intelligitur rectangulum sub duobus lateribus, quorum maius minus

ue est E, summa vero minoris ac maioris A.

Igitur $\begin{array}{l} \text{B planum} \\ \text{+ E quadrato} \\ \hline \text{E} \end{array} \} \text{æquabitur A.}$

Quare $\begin{array}{l} \text{B plano-plano-planum.} \\ \text{+ E quad. in B plano-planum ter} \\ \text{+ E quad. quad. in B planum ter} \\ \text{+ E cubo-cubo.} \\ \hline \text{E cubo.} \\ \text{— B plano-plano ter} \\ \text{— B plano in E quad. ter} \\ \hline \text{E} \end{array} \} \text{æquabitur z solido bis.}$

Et omnibus per E cubum ductis, & ex arte concinnatis.

$\begin{array}{l} \text{Z solidum bis in E cubum} \\ \text{— E cubi quadrato.} \end{array} \} \text{æquabitur B plani cubo.}$

Quæ æquatio est plani sub Radice solida, negati de quadrato.
Facta itaque est Reductio quæ imperabatur.

Apparet autem ex æquationis illius ad quam reductio facta est
proprietas, z solidi quadratum prætare debere B plani cubo: quo
pertinet apposita lex problemati.

Confectarium.

Itaque si $\begin{array}{l} \text{A cubus} \\ \text{— B plano ter in A} \end{array} \} \text{æquetur z solido bis.}$

$\text{Lvc. Z solidi} + \text{L} \left\{ \begin{array}{l} \text{Z solido-solidi} \\ \text{— B plano-plano-plano.} \end{array} \right.$
 $+ \text{Lvc. Z solidi} - \text{L} \left\{ \begin{array}{l} \text{Z solido-solidi} \\ \text{— B plano-plano-plano.} \end{array} \right.$

Est A de qua queritur.

Si 1 C. — 81 N. æquetur 756.

Quoniam 378 + 351. est 729, cubus à latere 9.

Idco 9 + 3 id est 12. est 1 N. de qua queritur.

*De Canonica Æquationum Transmutatione, ut coefficientes
sub-graduales sint quæ præscribuntur.*

C A P. VIII.

Ad impendia quoque logistica confert æquationes ita præ-
parare, ut coefficientes æquationum vel comparisonum
homogenea sint quæ præscribuntur, quod libere licet ex Canoni-
ca

cā transmutandi doctrina. Statuitor coefficientis vnitas, vsus igitur impendij vel ex eo liquet, quod potestates adfectæ sub vnitate & gradu quocunque, (si modo Radix est numerus.) non aliter resol- uuntur ac si essent puræ. neque enim negotium conturbat habenda alioqui (sed quæ ex isthoc opere, salua sit.) Parabolarum qua- rum quæque vnitas est, ratio.

Et si Radix inuenta non est numerus, ipsam Radicem de qua quæritur non esse numerum statim conuincitur.

IC + 1N. æquatur 10. quoniam proximus cubus est 8. cuius Radix est 2, quæ ducta in vnitatem & adiuncta 8. facit 10. ideo Ra- dix quæ sita est 2.

Æque IC - 1N æquetur 24. quoniam proxime minor cubus est 8, cuius Radix est 2. & adscita vnitate 3. sub qua & vnita- te facto solido, quum multatur cubus ex 3. relinquitur 24. ideo Ra- dix quæ sita est 3.

Proponatur autem IC. + 1N. æquari 9. quoniam proximus cu- bus est 8, cuius Radix est 2. qua ducta in vnitatem & adiuncta 8, fa- cit 10. non etiam 9. ideo 1N est Radix irrationalis.

Æque IC - 1N. æquetur 25. quoniam proxime minor cubus est 8, cuius Radix est 2. & adscita vnitate 3. sub quâ & vnitate facto so- lido quum multatur cubus ex 3. relinquitur 24, non etiam 25. ideo 1N est irrationalis.

Oportet autem ad huiusmodi instituendæ transmutationis opus, coefficientem quæ imperatur coefficienti æquationis pro- positæ esse congenerem, & si quidem Radix æquationis propositæ est eiusdem quoque generis, concedetur esse vt coefficientis propo- sitæ æquationis, ad coefficientem imperatam, ita Radix de qua quærebatur, ad nouam statuendam Radicem.

Sin coefficientis gradui Radicis genere communicet, concedetur esse vt coefficientis propositæ æquationis, ad coefficientem impera- tam, ita gradus æque altus Radicis de qua quærebatur, ad gradum æque altum nouæ statuendæ Radicis.

Et per resolutionem concessi Analogismi, exhibebitur sub nouâ specie valor Radicis quæ sita, & sua proposita æqualitas dirigetur, & ordinabitur noua.

Quod, vt vno aut altero exemplo fiat apertius.

P.

DE EMENDATIONE

Proponatur $\frac{A \text{ cubus}}{+B \text{ in } A \text{ quad}}$ } æquari z solido.

Placeat autem æquationem ita transmutare, vt adfectio maneat quidem sub quadrato, ipsaque adfirmetur, sed coefficientens sit X non etiam B. Esto vt B ad X, ita A ad E. ergo $\frac{B \text{ in } E}{X}$ erit A

Quare secundum ea quæ proponuntur

$$\begin{array}{r} B \text{ cubus in } E \text{ cubum} \\ X \text{ cubo} \\ +B \text{ cubo in } E \text{ quad.} \\ X \text{ quad.} \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{r} B \text{ cubus in } E \text{ cubum} \\ X \text{ cubo} \\ +B \text{ cubo in } E \text{ quad.} \\ X \text{ quad.} \end{array}} \right\} \text{æquabitur z solido.}$$

Et omnibus per X cubum ductis, & B cubum diuisis.

$$\begin{array}{r} E \text{ cubus} \\ +X \text{ in } E \text{ quadratum} \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{r} E \text{ cubus} \\ +X \text{ in } E \text{ quadratum} \end{array}} \right\} \text{æquabitur } \frac{X \text{ cubo in z solidum}}{B \text{ cubo.}}$$

Ipsū igitur factum est quod oportuit.

Proponatur 1 C. + 20 Q æquari 96,000.

1 C + 1 Q æquabitur 12. & sit 1 N. 2.

Vnde sit Radix primum quesita 40.

Aliud.

Proponatur $\frac{A \text{ cubus}}{-B \text{ quad in } A}$ } æquari z solido.

Placeat autem æquationem ita transmutare, vt affectio quidem maneat sub latere, ipsaque negetur, sed coefficientens sit X quadratum, non etiam B quadratum. Esto vt B quad. ad X quad. ita A quad. ad E quad. & consequenter vt B ad X ita A ad E. ergo

$$\frac{B \text{ in } E}{X} \text{ erit A}$$

Quare secundum ea quæ proponuntur

$$\begin{array}{r} B \text{ cubus in } E \text{ cubum} \\ X \text{ cubo} \\ -B \text{ cubo in } E \\ X \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{r} B \text{ cubus in } E \text{ cubum} \\ X \text{ cubo} \\ -B \text{ cubo in } E \\ X \end{array}} \right\} \text{æquabitur z solido.}$$

Et omnibus per X cubum ductis, & B cubum diuisis.

$$\begin{array}{r} E \text{ cubus} \\ -X \text{ quadrato in } E \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{r} E \text{ cubus} \\ -X \text{ quadrato in } E \end{array}} \right\} \text{æquabitur } \frac{X \text{ cubo in z solidum}}{B \text{ c.}}$$

Ipsū igitur factum est quod oportuit.

Proponatur 1 C — 144 N. æquari 10,368.

1 C — 1 N. æquabitur 6. & sit 1 N. 2.

Vnde sit Radix primum quesita 4.

Neque vero opus aliter sit in præscriptis comparisonum homogeneis, conceditur nimirum esse, vt magnitudo æqualis potestati quæ proponitur adfectæ, ad magnitudinem præscriptam æque-altam & homogeneam, ita Potestas Radicis de quâ quæreba-

ÆQVATIONVM.

115

tur, ad Potestatem nouæ statuendæ Radicis : & per resolutionem concessi Analogismi, exhibetur sub noua specie valor Radicis quæsitæ, & proposita æqualitas dirigitur, & ordinabitur noua. Exempli causa:

Proponatur $\frac{A \text{ cubus}}{+ B \text{ plano in } A} \} \text{æquari } z \text{ cubo.}$

Placeat autem æquationem ita transmutare, vt potestas adfirmate adfecta sub Radice & coefficiente plano, comparetur D cubo. conceditor esse vt z ad D, ita A ad E. ergo $\frac{z \text{ in } E}{D}$ erit A.

Quare $\frac{z \text{ cubus in } E \text{ cubum}}{D \text{ cubo.}}$ } æquabitur z cubo.
 $\frac{- B \text{ plano in } z \text{ in } E}{D}$

Et omnibus in D cubum ductis, & per z cubum diuisis.

E cubus $+ \frac{B \text{ plano in } D \text{ quad. in } E}{z \text{ quad.}}$ æquabitur D cubo.

Ipsū igitur factum est quod oportuit.

Proponatur I. C. $+ 860 \text{ N. æquari } 1,728.$

I. C. $+ 215 \text{ N. æquabitur } 216. \text{ \& est } 1. \text{ N. } 1.$

Vnde fit Radix primum quæsitæ. 2.

*Anomala Æquationum aliquot Cubicarum ad Quadraticas
aut etiam simpliciores Reductio.*

C A P. I X.

Preparandarum igitur æquationum solennes modi ita se habent. De irregularibus autem non statuuntur præcepta, quoniam Anomalia illa non magis finita est, quam Artificis in indagando vis & solertia. ad excitandum tamen eam vim & solertiam, opportunum est singularia aliquot æquationum constitutiuæ & reductiuæ Theoremata adnotasse, insignem aliquam Emphasin vel elegantiam præ se ferentia, qualia iam sequuntur.

PROPOSITIO I.

Si $\frac{A \text{ cubus}}{B \text{ quadrato bis in } A} \} \text{æquetur } B \text{ cubo.}$
 $\frac{A \text{ quadratum}}{- B \text{ in } A} \} \text{æquabitur } B \text{ quadrato.}$

P ij

Ex ijs enim quæ proponuntur manifestum fit per Antithesin, A
cubum æquari $\begin{matrix} B \text{ cubo} \\ \rightarrow B \text{ quadrato bis in A.} \end{matrix}$ & addendo vtriq; parti B cubum

$\begin{matrix} A \text{ cubum} \\ + B \text{ cubo} \end{matrix} \} \text{ æquari } \begin{matrix} B \text{ cubo bis} \\ \rightarrow B \text{ quadrato bis in A.} \end{matrix}$

Omnia applicentur ad A + B, illic oritur

$\begin{matrix} A \text{ quad.} \\ - B \text{ in A} \\ + B \text{ quadrato.} \end{matrix}$

hic B quad. bis. & consequenter abiecto vtrinque B quadrato.

$\begin{matrix} A \text{ quad.} \\ - B \text{ in A} \end{matrix} \} \text{ æquabitur B quadrato.}$

Si 1 c. — 18 N. æquetur 27. igitur

1 Q — 3 N æquabitur 9.

PROPOSITIO II.

Si $\begin{matrix} B \text{ quad bis in A} \\ - A \text{ cubo} \end{matrix} \} \text{ æquetur B cubo.}$

$\begin{matrix} A \text{ quadratum} \\ + B \text{ in A} \end{matrix} \} \text{ æquabitur B quadrato.}$

Ex ijs enim quæ proponuntur manifestum fit per Antithesin,
A cubum equari $\begin{matrix} B \text{ quad bis in A} \\ - B \text{ cubo} \end{matrix}$ & auferendo vtriq; parti B cubum.

$\begin{matrix} A \text{ cubum} \\ - B \text{ cubo} \end{matrix} \} \text{ æquari } \begin{matrix} B \text{ quadrato bis in A.} \\ - B \text{ cubo bis} \end{matrix}$

Omnia applicentur ad A — B. illic oritur

$\begin{matrix} A \text{ quad.} \\ + B \text{ in A} \\ + B \text{ quad.} \end{matrix}$

hic B quadr. bis. & consequenter abiecto

vtrinque B quadrato.

$\begin{matrix} A \text{ quad.} \\ + B \text{ in A} \end{matrix} \} \text{ æquabitur B quadrato.}$

Si 18 N. — 1 c. æquetur 27. igitur

1 Q — 3 N æquabitur 9.

PROPOSITIO III.

Si $\begin{matrix} A \text{ cubus} \\ - B \text{ quad. ter in A} \end{matrix} \} \text{ æquetur B cubo bis.}$

B dupla. est ipsa A de qua quæritur.

Quoniam enim B dupla, est ipsa A de qua quæritur, ergo ex ijs
quæ proponuntur $\begin{matrix} B \text{ cubus 8} \\ - B \text{ quad. in B 6.} \end{matrix} \} \text{ æquabitur B cubo bis. quod qui-}$
dem ita se habet.

1 c. — 12 N. æquetur 16. fit 1 N 4.

PROPOSITIO IIII.

Si $\begin{matrix} B \text{ quadratum ter in } A \\ - A \text{ cubo} \end{matrix} \} \text{æquetur } B \text{ cubo bis.}$

B est ipsa A de qua quæritur.

Quoniam enim B est ipsa A de quâ quæritur, ergo ex ijs quæ proponuntur

$\begin{matrix} B \text{ quad. in } B \text{ ter} \\ - B \text{ cubo} \end{matrix} \} \text{æquabitur } B \text{ cubo bis. quod quidem ita se habet.}$

6 N — 1 C æquatur l. 32. fit 1 N 2.

PROPOSITIO V.

Si $\begin{matrix} A \text{ cubus} \\ - B \text{ in } A \text{ quad.} \\ + D \text{ plano in } A \end{matrix} \} \text{æquet. } B \text{ in } D \text{ plan. ipsa } B \text{ est } A \text{ de qua quæritur.}$

Quoniam enim B est A de qua quæritur: ergo ex ijs quæ proponuntur

$\begin{matrix} B \text{ cubus} \\ - B \text{ in } B \text{ quadrat.} \\ + D \text{ plano in } B \end{matrix} \} \text{æquab. } B \text{ in } D \text{ plan. quod quidem}$

manifesto ita se habet.

1 C — 4 Q. + 5 N æquatur 20. factò ex 4 in 5. ergo 1 N est 4.

PROPOSITIO. VI.

Si $\begin{matrix} A \text{ cubus} \\ - B \text{ in } A \text{ quad} \\ + D \text{ quad. in } A \end{matrix} \} \text{æquetur } B \text{ in } D \text{ quadratum, ipsa } D \text{ est } A \text{ de qua}$

quæritur. Quoniam enim ipsa D est A de qua quæritur, ergo ex ijs quæ

proponuntur, $\begin{matrix} D \text{ cubus} \\ + B \text{ in } D \text{ quad.} \\ - D \text{ quad. in } D. \end{matrix} \} \text{æquabitur } B \text{ in } D \text{ quadratum.}$

Quod quidem manifesto ita se habet.

1 C. + 5 Q — 4 N. æquatur 20. factò ex 5. in 4. ergo 1 N. fit l. 4.

PROPOSITIO VII.

Si $\begin{matrix} B \text{ in } A \text{ quad.} \\ + D \text{ quad. in } A \\ - A \text{ cubo} \end{matrix} \} \text{æquetur } D \text{ quadratio in } B, \text{ ipsa } B \text{ vel } D, \text{ est } A \text{ de}$

qua quæritur.

P iij

DE EMENDATIONE

Quoniam enim ipsa B est A de qua quæritur, ergo ex ijs quæ

proponuntur $\begin{array}{l} \text{B cubus} \\ + \text{D quad in B} \\ - \text{B cubo} \end{array} \} \text{æquabitur B in D quadratum.}$

Quod quidem ita manifesto se habet.

Rursus quoniam ipsa D est A de qua quæritur, ergo ex ijs quæ

proponuntur, $\begin{array}{l} \text{B in D quad.} \\ + \text{D cubo} \\ - \text{D cubo} \end{array} \} \text{æquabitur D quadrato in B.}$

Quod quidem ita quoque manifesto se habet.

6 Q. + 4 N. — 1 C. æquatur 24. fit 1 N. 6. vel 2.

PROPOSITIO VIII.

Si $\begin{array}{l} \text{D in A quad.} \\ + \text{B in D in A} \\ - \text{A cubo} \end{array} \} \text{æquetur B cubo} \begin{array}{l} \text{D in A} \\ + \text{B in A} \\ - \text{A quad.} \end{array} \} \text{æquabitur B quadr.}$

Ex ijs enim quæ proponuntur, manifestum fit per Antithesin.

$\begin{array}{l} \text{B cubum} \\ + \text{A cubo} \end{array} \} \text{æquari} \begin{array}{l} \text{D in A quad.} \\ + \text{D in B in A.} \end{array}$

Vtraque pars applicetur ad A + B, ergo

$\begin{array}{l} \text{A quad.} \\ - \text{B in A.} \\ + \text{B quadrato.} \end{array} \} \text{æquabitur D in A.}$

Et per Antithesin, $\begin{array}{l} \text{D in A} \\ + \text{B in A} \\ - \text{A quad.} \end{array} \} \text{æquabitur B quadrato.}$

Si 10 Q. + 20 N. — 1 C. æquatur 8. quia latus cubicum 8. ductum in 10. facit 20.

Igitur 12 N. — 1 Q. æquabitur 4. et fit 1 N. 6 — 132. vel 6 + 132.

PROPOSITIO IX.

Si $\begin{array}{l} \text{A cubus} \\ - \text{D in A quad.} \\ + \text{D in B in A.} \end{array} \} \text{æquetur B cubo.}$

$\begin{array}{l} \text{D in A} \\ - \text{B in A} \\ - \text{A quad.} \end{array} \} \text{æquabitur B quadrato.}$

Ex ijs enim quæ proponuntur manifestum fit per Antithesin, quum A intelligitur maior quam B,

$\begin{array}{l} \text{A cubum} \\ - \text{B cubo} \end{array} \} \text{æquari} \begin{array}{l} \text{D in A quad.} \\ - \text{D in A in B.} \end{array}$

Vtraque pars æqualitatis applicetur ad A — B.

Igitur $\begin{matrix} A \text{ quad.} \\ + B \text{ in } A \\ + B \text{ quadrato} \end{matrix} \} \text{æquabitur } D \text{ in } A.$

Et per Antithesin $\begin{matrix} D \text{ in } A \\ - B \text{ in } A \\ - A \text{ quad.} \end{matrix} \} \text{æquabitur } B \text{ quadrato.}$

Atqui quum B intelligitur maior quam A.

$\begin{matrix} B \text{ cubus} \\ - A \text{ cubo} \end{matrix} \} \text{æquabitur } \begin{matrix} D \text{ in } A \text{ in } B \\ - D \text{ in } A \text{ quad.} \end{matrix}$

Vtraque pars æqualitatis applicetur ad B — A.

$\begin{matrix} B \text{ quadrat} \\ + A \text{ quad.} \\ + B \text{ in } A \end{matrix} \} \text{æquabitur } D \text{ in } A. \text{ vt ante.}$

Sit c — 10 Q. + 20 N. æquetur 8. quia l c. 8. ductum in 10. facit 20.
Igitur, 8 N. — 1 Q. æquabitur 4. & fit 1 N. 4 — l 12. vel 4. + l 12.

PROPOSITIO X.

Si $\begin{matrix} A \text{ cubus} \\ - B \text{ plano ter in } A \end{matrix} \} \text{æquetur } L, B \text{ plano-plano-plani bis.}$

$\begin{matrix} L, B \text{ plani ter} \\ + L, B \text{ plani 1.} \\ L, 2 \end{matrix} \} \text{fit } A \text{ de qua quæritur.}$

Quoniam enim $\begin{matrix} L, B \text{ plani ter} \\ + L, B \text{ plani 1} \\ L, 2 \end{matrix} \} \text{est ipsa } A \text{ de qua quæritur.}$

Ideo ex ijs quæ proponuntur

$\begin{matrix} L, B \text{ plano plano-plani } 27. \\ + L, B \text{ plano plano-plani } 81. \\ + L, B \text{ plano-plano-plani } 27. \\ + L, B \text{ plano-plano-plani } 1. \\ L, 8. \\ - L, B \text{ plano-plano-plani } 27. \\ - L, B \text{ plano plano-plani } 9. \\ L, 2 \end{matrix} \} \text{æquatur } L, B \text{ plano-plano-plani } 2.$

Quod quidem ita se habet, subducendo in prima æqualitatis parte ab æqualibus æqualia.

1 c — 6 N. æquetur 4.

Igitur l 3 + 1. fit 1 N.

PROPOSITIO XI.

Si $\begin{matrix} B \text{ planum ter in } A \\ - A \text{ cubo} \end{matrix} \} \text{æquetur } L, B \text{ plano-plano-plani bis.}$

$\begin{matrix} L, B \text{ plani ter} \\ - L, B \text{ plani 1} \\ L, 2 \end{matrix} \} \text{fit } A \text{ de qua quæritur}$

Ut apparet, insequendo vestigia antecedentis demonstrationis.

6 N. — 1 C. æquatur 4.

Igitur 3 — 1. fit 1 N. eaque minor, altera est 2.

Similium Reductionum continuatio.

C A P. X.

PROPOSITIO I.

Si A cubus
 $\left. \begin{array}{l} \rightarrow B \text{ in A quad ter} \\ \rightarrow B \text{ plano in A.} \end{array} \right\} \text{æquetur} \left\{ \begin{array}{l} B \text{ cubo bis} \\ \rightarrow D \text{ plano in B.} \end{array} \right.$
 $\left. \begin{array}{l} A \text{ quad.} \\ \rightarrow B \text{ in A bis} \end{array} \right\} \text{æquetur} \left\{ \begin{array}{l} B \text{ quadrato bis.} \\ \rightarrow D \text{ plano.} \end{array} \right.$

Quoniam enim $\left. \begin{array}{l} A \text{ quad.} \\ \rightarrow B \text{ in A bis.} \end{array} \right\} \text{æquatur} \left\{ \begin{array}{l} B \text{ quadrato bis} \\ \rightarrow D \text{ plano.} \end{array} \right.$

Ductis igitur omnibus in A.

$\left. \begin{array}{l} A \text{ cubus} \\ \rightarrow B \text{ in A quad bis} \end{array} \right\} \text{æquabitur} \left\{ \begin{array}{l} B \text{ quad in A 2.} \\ \rightarrow D \text{ plano in A} \end{array} \right.$
 Et iisdem ductis in B. $\left. \begin{array}{l} B \text{ in A quad.} \\ \rightarrow B \text{ quad. in A bis} \end{array} \right\} \text{æquabitur} \left\{ \begin{array}{l} B \text{ cubo bis} \\ \rightarrow D \text{ plano in B} \end{array} \right.$
 Iungantur ducta æqualia, æqualibus.

$\left. \begin{array}{l} A \text{ cubus} \\ \rightarrow B \text{ in A quad. ter} \\ \rightarrow B \text{ quad. in A bis} \end{array} \right\} \text{æquabitur} \left\{ \begin{array}{l} B \text{ quad. in A bis} \\ \rightarrow D \text{ plano in A.} \\ \rightarrow B \text{ cubo bis} \\ \rightarrow D \text{ plano in B.} \end{array} \right.$

Et deleta utrinque adfectione B quad. in A bis. & ad æqualitatis ordinationem, translata per Antithesin D plani in A adfectione.

$\left. \begin{array}{l} A \text{ cubus} \\ \rightarrow B \text{ in A quad. ter} \\ \rightarrow D \text{ plano in A.} \end{array} \right\} \text{æquabitur} \left\{ \begin{array}{l} B \text{ cubo bis} \\ \rightarrow D \text{ plano in B.} \end{array} \right.$

Quod quidem ita se habet.

1 C. \rightarrow 30 Q. \rightarrow 44 N. æquatur 1,560.

Igitur 1 Q. \rightarrow 20 N. æquatur 156. & fit 1 N. 6.

PROPOSITIO II.

Si A cubus
 $\left. \begin{array}{l} \rightarrow B \text{ in A quad 3} \\ \rightarrow D \text{ plano in A} \end{array} \right\} \text{æquetur} \left\{ \begin{array}{l} B \text{ cubo bis.} \\ \rightarrow D \text{ plano in B} \end{array} \right.$
 $\left. \begin{array}{l} A \text{ quad} \\ \rightarrow B \text{ in A bis} \end{array} \right\} \text{æquabitur} \left\{ \begin{array}{l} B \text{ quad bis} \\ \rightarrow D \text{ plano.} \end{array} \right.$

Quoniam enim $\left. \begin{array}{l} A \text{ quad.} \\ \rightarrow B \text{ in A bis} \end{array} \right\} \text{æquatur} \left\{ \begin{array}{l} B \text{ quad. bis} \\ \rightarrow D \text{ plano.} \end{array} \right.$

Ductis igitur omnibus in A.

A

ÆQVATIONVM.

121

A cubus
 \rightarrow B in A quad. 2. } æquabitur { B quad. in A bis
 \rightarrow D plano in A.
 Et ductis iisdem in B. B in A quad.
 \rightarrow B quad in A bis } æquabitur. { B cubo bis.
 \rightarrow D plano in B.
 Iungantur ducta æqualia æqualibus.

A cubus
 \rightarrow B in A quad. ter } æquabitur { B quad. in A bis
 \rightarrow B quad. in A bis } \rightarrow D plano in A.
 \rightarrow D plano in B.

Et deleta utrinque affectione B quadrati in A bis, & ad ordina-
 tionem æqualitatis, translata per Antithesin D plani in A adfe-
 ctione.

A cubus
 \rightarrow B in A quad. ter } æquabitur { B cubo bis
 \rightarrow D plano in A. } \rightarrow D plano in B.

Quod quidem ita se habet.

1 C \rightarrow 30 Q. \rightarrow 24 N. æquetur 2, 240.
 Igitur 1 Q \rightarrow 20 N. æquatur 224. & fit 1 N. 8.

PROPOSITIO III.

Si A cubus
 \rightarrow B in A quad. ter } æquetur { D plano in B.
 \rightarrow D plano in A. } \rightarrow B cubo bis.

Et sit B quad. ter, maius D plano.

B in A bis
 \rightarrow A quad. } æquetur { D plano.
 \rightarrow B quad. 2.

Quoniam enim B in A 2. } æquatur { D plano
 \rightarrow A quad. } \rightarrow B quad. 2.

Ductis omnibus in B \rightarrow A

B quad. in A bis
 \rightarrow B in A quad.
 \rightarrow B in A quad. 2. } æquabitur { B quad. in A 2.
 \rightarrow A cubo } \rightarrow D plano in A.
 \rightarrow D plano in B.
 \rightarrow B cubo bis

Et ordinatâ æqualitate A cubus
 \rightarrow B in A quad. ter } æquabitur { D plano in B
 \rightarrow D plano in A } \rightarrow B cubo bis.

Quod quidem ita se habet.

1 C \rightarrow 30 Q. \rightarrow 236 N. æquetur 360.
 Igitur 20 N. \rightarrow 1 Q æquatur 36. & fit 1 N. 2, vel 18.

Iisdem positis, ipsa A fit quoque B, siue B triplum quadratum
 præstet, siue cedat B plano.

Quoniam enim proponitur A cubus
 \rightarrow B in A quad. 3. } æquari { D plano in B
 \rightarrow D plano in A } \rightarrow B cubo bis.

Q

DE EMENDATIONE

Ipsa autem A fit quoque B, igitur

$\left. \begin{array}{l} \text{B cubus} \\ - \text{B cubo ter} \\ + \text{D plano in B} \end{array} \right\} \text{æquabitur} \left\{ \begin{array}{l} \text{D plano in B.} \\ - \text{B cubo bis.} \end{array} \right.$

Quod quidem ita se habet.

1 C. — 30 Q. — 236 N. æquatur 360. & ostensa est 1 N. 2. vel 18.
eadem quoque est 10.

1 C. — 30 Q. — 264 N. æquatur 640. fit 1 N. 4. vel 16.

Nam 20 N. — 1 Q. æquatur 64. & fit 1 N. 4. vel 16.

PROPOSITIO III.

$\text{Si } \left\{ \begin{array}{l} \text{B in A quad. ter} \\ + \text{D plano in A} \\ - \text{A cubo} \end{array} \right\} \text{æquetur} \left\{ \begin{array}{l} \text{B cubo 2.} \\ + \text{D plano in B.} \end{array} \right.$

$\left\{ \begin{array}{l} \text{A quad} \\ - \text{B in A bis} \end{array} \right\} \text{æquatur} \left\{ \begin{array}{l} \text{B quad. bis} \\ + \text{D plano.} \end{array} \right.$

Quoniam enim $\left\{ \begin{array}{l} \text{A quad.} \\ - \text{B in A bis} \end{array} \right\} \text{æquatur} \left\{ \begin{array}{l} \text{B quad bis} \\ + \text{D plano.} \end{array} \right.$

Ductis omnibus in B — A

$\left\{ \begin{array}{l} \text{B in A quad.} \\ - \text{B quad. in A bis} \\ - \text{A cubo} \\ + \text{B in A quad. 2.} \end{array} \right\} \text{æquabitur} \left\{ \begin{array}{l} \text{B cubo bis} \\ + \text{B in D planum} \\ - \text{B quad. in A 2.} \\ - \text{D plano in A.} \end{array} \right.$

Et æqualitate ordinatâ

$\left\{ \begin{array}{l} \text{B in A quad. ter} \\ + \text{D plano in A} \\ - \text{A cubo.} \end{array} \right\} \text{æquabitur} \left\{ \begin{array}{l} \text{B cubo bis} \\ + \text{D plano in B.} \end{array} \right.$

Quod quidem ita se habet.

30 Q. — 24 N. — 1 C. æquatur 2, 240.

Igitur 1 Q. — 20 N. æquatur 224. & fit 1 N. 28.

Iisdem expofitis fit A quoque B.

Quoniam enim proponitur $\left\{ \begin{array}{l} \text{B in A quad. ter} \\ + \text{D plano in A} \\ - \text{A cubo} \end{array} \right\} \text{æquari} \left\{ \begin{array}{l} \text{B cubo bis.} \\ + \text{D plano in B.} \end{array} \right.$

Ipsa autem A fit quoque B. igitur

$\left\{ \begin{array}{l} \text{B cubus ter} \\ + \text{D plano in B} \\ - \text{B cubo} \end{array} \right\} \text{æquabitur} \left\{ \begin{array}{l} \text{B cubo bis} \\ + \text{D plano in B.} \end{array} \right.$

Quod quidem ita se habet.

30 Q. — 24 N. — 1 C. æquatur 2, 240. fit 1 N. 10.

PROPOSITIO V.

$\text{Si } \left\{ \begin{array}{l} \text{B in A quad 3} \\ - \text{D plano in A} \\ - \text{A cubo.} \end{array} \right\} \text{æquetur} \left\{ \begin{array}{l} \text{B cubo bis.} \\ - \text{D plano in B.} \end{array} \right.$

ÆQVATIONVM.

123

$\begin{matrix} \text{A quad.} \\ \text{— B in A bis} \end{matrix} \} \text{æquabitur} \{ \begin{matrix} \text{B quad. bis.} \\ \text{— D plano.} \end{matrix}$
 Quoniam enim $\begin{matrix} \text{A quad.} \\ \text{— B in A bis} \end{matrix} \} \text{æquabitur} \{ \begin{matrix} \text{B quad. bis} \\ \text{— D plano.} \end{matrix}$

Ductis omnibus in B — A

$\begin{matrix} \text{B in A quad.} \\ \text{— B quad. in A bis} \\ \text{— A cubo.} \\ \text{+ B in A quad. bis} \end{matrix} \} \text{æquabitur} \{ \begin{matrix} \text{B cubo bis} \\ \text{— D plano in B.} \\ \text{— B quad. in A bis} \\ \text{+ D plano in A.} \end{matrix}$

Et æqualitate ordinata $\begin{matrix} \text{B in A quad. ter} \\ \text{— D plano in A} \\ \text{— A cubo} \end{matrix} \} \text{æquabitur} \{ \begin{matrix} \text{B cubo bis} \\ \text{— D plano in B.} \end{matrix}$

Quod quidem ita se habet.

30 Q. — 156 N. — 1 C. æquatur 440

Fitur 1 Q. — 20 N. æquabitur 44. & fit 1 N. 23.

Iisdem positis, fit A quoque B.

Quoniam enim proponitur $\begin{matrix} \text{B in A quad. ter} \\ \text{— D plano in A} \\ \text{— A cubo} \end{matrix} \} \text{æquari} \{ \begin{matrix} \text{B cubo bis} \\ \text{— D plano in B} \end{matrix}$

Ipsa autem A fit quoque B, igitur

$\begin{matrix} \text{B cubus 3.} \\ \text{— D plano in B} \\ \text{— B cubo} \end{matrix} \} \text{æquabitur} \begin{matrix} \text{B cubo bis} \\ \text{— D plano in B.} \end{matrix}$

Quod quidem ita se habet.

30 Q. — 156 N. — 1 C. æquatur 440. fit 1 N. 10.

PROPOSITIO VI.

Ad Quadrato-quadraticam pertinens.

Si $\begin{matrix} \text{A quadrato-quadratum.} \\ \text{— X in A cubum bis} \\ \text{+ X cubo in A 4.} \end{matrix} \} \text{æquetur X quadrato-quadrato 2.}$

$\begin{matrix} \text{X quadratum in A quad. 2.} \\ \text{— A quad. qua 1.} \end{matrix} \} \text{æquetur} \{ \begin{matrix} \text{X quadrato-quad. 4.} \\ \text{— X cubo in L. X quad. 3.} \end{matrix}$

Ergo $\begin{matrix} \text{X qua. l. quad. 4.} \\ \text{+ A quad. quad.} \\ \text{— X quad. in A quad. 2.} \\ \text{X cub. 2.} \end{matrix} \} \text{æquabitur L. X quad. 3.}$

Et omnibus quadratis, & per X cubo-cubum 4 ductis, adhibita-
que congruenter Metathesi,

$\begin{matrix} \text{X cubo-cubus in A quad 16.} \\ \text{+ X quad. in A cubo-cubum 4.} \\ \text{— A quad. quad. quad. quad. 4.} \\ \text{— X quad. quad. in A quad. quad. 12} \end{matrix} \} \text{æquab. X quad. quad. quad. quad. 4.}$

Quod quidem ita se habet, enim uero secundum primam æqua-
tionem,

Q ij

$$\begin{array}{l} X \text{ cubus in } A 4. \\ -X \text{ in } A \text{ cubum } 2 \end{array} \} \text{æquatur} \left\{ \begin{array}{l} X \text{ quad. quad. } 2 \\ -A \text{ quad. quad.} \end{array} \right.$$

Cuius æqualitatis parte vtriusque quadratâ, omnibusque ritè ordinatis, in eam ipsam æqualitatem inciditur quadrato-cubicam, quæ exposita est.

Itaque A quad. fit X quadratum plus minúsve latere Binomia residuæ seu negatæ, L. X quad. quad. 12 — X quad. 3.

$$\text{Sit } X 1. A 1 N. 1 Q Q. - 2 C. + 4 N. \text{æquatur } 2.$$

$$\text{Igitur } 2 Q - 1 Q Q. \text{æquabitur } 4 - 12.$$

$$\text{Et } 1 Q. \text{ fit } 1. \text{ plus minusve latere binomina negatæ. } 12. - 3.$$

Singularium Aliquot Constitutionum, ad Æqualitates multipliciter adfectas pertinentium, Collectio.

CAP. XI.

PROPOSITIO I.

Si $\begin{array}{l} A \text{ quad.} \\ + B \text{ in } A \end{array} \} \text{æquetur } B \text{ quadrato.}$

Est B dupla longitudo, secta in tria proportionalia segmenta, quorum primum idemque maius, est B, secundum A. quo in opere, dicitur B secari media & extrema ratione semel sumpta.

PROPOSITIO II.

Si $\begin{array}{l} A \text{ cubus} \\ + B \text{ in } A \text{ quad.} \\ + B \text{ quad. in } A \end{array} \} \text{æquetur } B \text{ cubo.}$

Est B dupla longitudo, secta in quatuor continuè proportionalis segmenta, quorum primum idemque maius, est B, secundum A. quo in opere, dicitur B secari media & extrema ratione duplicata.

PROPOSITIO III.

Si $\begin{array}{l} A \text{ quad. quad.} \\ + B \text{ in } A \text{ cub.} \\ + B \text{ quad. in } A \text{ quad.} \\ + B \text{ cubo in } A. \end{array} \} \text{æquetur } B \text{ quad. quadrato.}$

Est B dupla longitudo, secta in quinque continuè proportionalia segmenta, quorum primum idemque maius, est B, secundum A. quo in opere, dicitur B secari media & extrema ratione triplicata.

PROPOSITIO III.

Si A quadrato-cubus
 \rightarrow B in A quad. quad.
 \rightarrow B quad. in A cubum
 \rightarrow B cubo in A quad.
 \rightarrow B quad. quad. in A. } æquetur B quadrato-cubo.

Est B dupla longitudo, secta in sex continuè opproportionalia segmenta, quorum primum idemque maius est B, secundum A. quo in opere, dicitur B secari media & extrema ratione quadruplicatâ.

PROPOSITIO V.

Si A cubo-cubus
 \rightarrow B in A quadrato-cubum
 \rightarrow B in A quad. quad.
 \rightarrow B cubo in A cubum
 \rightarrow B quad. quad. in A quad.
 \rightarrow B quadrato-cubo in A. } æquetur B cubo-cubo.

Est B dupla longitudo, secta in septem continuè proportionalia segmenta, quorum primum idemque maius, est B, secundum A. quo in opere, dicitur B secari media & extrema ratione quintuplicata.

Earundem Collectio Altera.

C A P. XII.

PROPOSITIO I.

Si A quad. } æquetur B in Z.
 \rightarrow B in A

Est B prima minor inter extremas in serie trium porportionalium, aggregatum vero reliquarum duarum est Z, & fit A secunda.

PROPOSITIO II.

Si A cubus
 \rightarrow B in A quad.
 \rightarrow B quad. in A } æquetur B quad. in Z.

Est B prima in serie quatuor continuè proportionalium, aggregatum verò reliquarum trium z, & fit A secunda.

Q iij

PROPOSITIO III.

Si $\begin{matrix} A \text{ quad. quad.} \\ \rightarrow B \text{ in } A \text{ cubum} \\ \rightarrow B \text{ quad. in } A \text{ quad.} \\ \rightarrow B \text{ cubo in } A. \end{matrix} \quad \left. \vphantom{\begin{matrix} A \text{ quad. quad.} \\ \rightarrow B \text{ in } A \text{ cubum} \\ \rightarrow B \text{ quad. in } A \text{ quad.} \\ \rightarrow B \text{ cubo in } A. \end{matrix}} \right\} \text{æquetur } B \text{ cubo in } Z.$

Est B prima in serie quinque continuè proportionalium, aggregatum vero reliquarum quatuor est Z, & fit A secunda.

PROPOSITIO IIII.

Si $\begin{matrix} A \text{ quadrato cubus.} \\ \rightarrow B \text{ in } A \text{ quad. quad.} \\ \rightarrow B \text{ quad. in } A \text{ cub.} \\ \rightarrow B \text{ cubo in } A \text{ quad.} \\ \rightarrow B \text{ quad. quad. in } A \end{matrix} \quad \left. \vphantom{\begin{matrix} A \text{ quadrato cubus.} \\ \rightarrow B \text{ in } A \text{ quad. quad.} \\ \rightarrow B \text{ quad. in } A \text{ cub.} \\ \rightarrow B \text{ cubo in } A \text{ quad.} \\ \rightarrow B \text{ quad. quad. in } A \end{matrix}} \right\} \text{æquetur } B \text{ quad. quad. in } Z.$

Est B prima in serie sex continuè proportionalium, aggregatum vero reliquarum quinque est Z, & fit A secunda.

PROPOSITIO V.

Si $\begin{matrix} A \text{ cubo-cubus.} \\ \rightarrow B \text{ in } A \text{ quadrato-cubum.} \\ \rightarrow B \text{ quad. in } A \text{ quad. quad.} \\ \rightarrow B \text{ cubo in } A \text{ cubum.} \\ \rightarrow B \text{ quad. quad. in } A \text{ quad.} \\ \rightarrow B \text{ quadrato-cubo in } A. \end{matrix} \quad \left. \vphantom{\begin{matrix} A \text{ cubo-cubus.} \\ \rightarrow B \text{ in } A \text{ quadrato-cubum.} \\ \rightarrow B \text{ quad. in } A \text{ quad. quad.} \\ \rightarrow B \text{ cubo in } A \text{ cubum.} \\ \rightarrow B \text{ quad. quad. in } A \text{ quad.} \\ \rightarrow B \text{ quadrato-cubo in } A. \end{matrix}} \right\} \text{æquetur } B \text{ quadrato-cubo in } Z.$

Est B prima in serie septem continuè proportionalium, aggregatum vero reliquarum sex est Z, & fit A secunda.

Earundem Collectio Tertia.

CAP. XIII.

PROPOSITIO I.

Si $\begin{matrix} B \text{ in } A \\ \rightarrow A \text{ quad.} \end{matrix} \quad \left. \vphantom{\begin{matrix} B \text{ in } A \\ \rightarrow A \text{ quad.} \end{matrix}} \right\} \text{æquetur } B \text{ in } Z.$

Est B prima maior inter extremas in serie trium proportionalium, differentia vero duarum reliquarum est Z. & fit A secunda. potest autem esse duplex, nam est etiam differentia inter primam & secundam.

Sed si $\begin{matrix} A \text{ quad.} \\ \rightarrow B \text{ in } A \end{matrix} \quad \left. \vphantom{\begin{matrix} A \text{ quad.} \\ \rightarrow B \text{ in } A \end{matrix}} \right\} \text{æquetur } B \text{ in } Z. \text{ est } B \text{ prima minor inter extremas}$

differentia vero duarum reliquarum est z, & fit A similiter secunda.

Sunt proportionales 4. 6. 9.

9 N. — 1 Q. æquatur 18. fit 1 N. 6. atque etiam 3.

Sed si 1 Q — 4 N. æquatur 12. fit 1 N 6.

PROPOSITIO II.

Si $\left. \begin{array}{l} \text{A cubus} \\ \text{— B in A quad.} \\ \text{+ B quad. in A} \end{array} \right\} \text{æquetur B quad. in z.}$

Est B prima in serie quatuor continuè proportionalium, differentia vero trium reliquarum alternè sumptarum, est z. & fit A secunda.

Sunt proportionales continuè 1. 2. 4. 8.

1 C. — 8 Q. + 64 N. æquatur 192. fit 1 N. 4.

Vel 1 C — 1 Q + 1 N. æquatur 6. fit 1 N. 2.

PROPOSITIO. III.

Si $\left. \begin{array}{l} \text{B cubus in A} \\ \text{— B quad. in A quad.} \\ \text{+ B in A cubum} \\ \text{— A quad. quad.} \end{array} \right\} \text{æquetur B cubo in z.}$

Est B prima maior in serie quinque continuè proportionalium, differentia vero quatuor reliquarum alternè sumptarum est z, & fit A secunda maior inter medias: potest autem esse duplex.

Sed si $\left. \begin{array}{l} \text{A quad. quad.} \\ \text{— B in A cub.} \\ \text{+ B quad in A quad.} \\ \text{— B cubo in A.} \end{array} \right\} \text{æquetur B cubo in z.}$

Est B prima minor inter extremas, differentia vero quatuor reliquarum sumptarum alternè est Z, & fit A secunda minor inter medias.

Sunt proportionales continuè 1. 2. 4. 8. 16.

4,096 N. — 256 Q. + 16 C — 1 Q Q. æquatur 20,480. fit 1 N. 8.

Vel 1 Q Q. — 1 C + 1 Q — 1 N æquatur 10. fit 1 N. 2.

PROPOSITIO IIII.

Si $\left. \begin{array}{l} \text{A quadrato-cubus} \\ \text{— B in A quad. quad.} \\ \text{+ B quad. in A cubum} \\ \text{— B cubo in A quad.} \\ \text{+ B quad. quad. in A} \end{array} \right\} \text{æquetur B quad. quad. in z.}$

Est B prima maior in serie sex continuè proportionalium, differentia vero quinque reliquarum alternè sumptarum est z . & fit A secunda.

Sunt proportionales continuè $1. 2. 4. 8. 16. 32.$

$1 Q C. - 32 Q Q. + 1,024 C. - 32,768 Q. + 1,048,576 N. aequatur$

$11,534,336. fit 1 N. 16.$

Vel $1 Q C. - 1 Q Q. + 1 C. - 1 Q. + 1 N. aequatur 22. \& fit 1 N. 2.$

Et hæc singula suam habent ex Zetesi demonstrationem: at quæ iam sequitur collectio, sua Analytico examini subijcienda libere relinquit Theoremata. pertinet autem ad æqualitates de multiplicibus Radicibus mirè explicabiles.

Collectio Quarta.

C A P. XIII.

PROPOSITIO I.

Si $B + D$ in A } æquetur B in D .

$- A$ quad.

A explicabilis est de qualibet illarum duarum B vel D .

$3 N. - 1 Q. æquetur 2. fit 1 N. 1. vel 2.$

PROPOSITIO II.

Si A cubus

$- \left\{ \begin{array}{l} B \\ D \\ G \end{array} \right\}$ in A quad.

$+ \left\{ \begin{array}{l} B \text{ in } D \\ B \text{ in } G \\ D \text{ in } G \end{array} \right\}$ in A .

} æquetur B in D in G .

A explicabilis est de qualibet illarum trium $B, D, \text{ vel } G$.

$1 C. - 6 Q. + 11 N. aequatur 6.$

$Fit 1 N. 1. 2. vel 3.$

PROPOSITIO III.

Si $\left\{ \begin{array}{l} B \text{ in } D \text{ in } G \\ + B \text{ in } D \text{ in } H \\ + B \text{ in } G \text{ in } H \\ + D \text{ in } G \text{ in } H \end{array} \right\}$ in A

B in D

$$\begin{array}{l}
 \left. \begin{array}{l} B \text{ in } D \\ B \text{ in } G \\ B \text{ in } H \\ D \text{ in } G \\ D \text{ in } H \\ G \text{ in } H \end{array} \right\} \text{ in A quad.} \\
 + \left. \begin{array}{l} B \\ D \\ G \\ H \end{array} \right\} \text{ in A cubum.}
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{l} B \text{ in } D \\ B \text{ in } G \\ B \text{ in } H \\ D \text{ in } G \\ D \text{ in } H \\ G \text{ in } H \end{array}} \right\} \text{ æquetur } B \text{ in } D \text{ in } G \text{ in } H.$$

A explicabilis est de qualibet illarum quatuor. B, D, G, H.
 50 N. — 35 Q. — 16 C. — 1 Q. Q. æquatur 24.
 fit 1 N. 1. 2. 3. vel 4.

PROPOSITIO IIII.

$$\begin{array}{l}
 \text{Si A quadrato-cubus.} \\
 \left. \begin{array}{l} B \\ D \\ G \\ H \\ K \end{array} \right\} \text{ in A quad. quad.} \\
 + \left. \begin{array}{l} B \text{ in } D \\ B \text{ in } G \\ B \text{ in } H \\ B \text{ in } K \\ D \text{ in } G \\ D \text{ in } H \\ D \text{ in } K \\ G \text{ in } H \\ G \text{ in } K \\ H \text{ in } K \end{array} \right\} \text{ in A cubum.} \\
 \left. \begin{array}{l} B \text{ in } D \text{ in } G \\ B \text{ in } D \text{ in } H \\ B \text{ in } D \text{ in } K \\ B \text{ in } G \text{ in } H \\ B \text{ in } G \text{ in } K \\ B \text{ in } H \text{ in } K \\ D \text{ in } G \text{ in } H \\ D \text{ in } G \text{ in } K \\ D \text{ in } H \text{ in } K \\ G \text{ in } H \text{ in } K \end{array} \right\} \text{ in A quad.} \\
 + \left. \begin{array}{l} B \text{ in } D \text{ in } G \text{ in } H \\ B \text{ in } D \text{ in } G \text{ in } K \\ B \text{ in } D \text{ in } H \text{ in } K \\ B \text{ in } G \text{ in } H \text{ in } K \\ D \text{ in } G \text{ in } H \text{ in } K \end{array} \right\} \text{ in A}
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{l} B \\ D \\ G \\ H \\ K \end{array}} \right\} \text{ æquetur } B \text{ in } D \text{ in } G \text{ in } H \text{ in } K.$$

R

DE EMENDATIONE

A explicabilis est de qualibet illarum quinque B, D, G, H, K.
 1 Q. C. — 15 Q. Q. — 85 C. — 225 Q. — 274 N. *aquatur* 120.
Fit 1 N. 1. 2. 3. 4. *vel* 5.

Atque hæc elegans & perpulchræ speculationis Sylloge, tracta-
 tui alioquin effuso, finem aliquem & Coronida tandem im-
 ponito.

FINIS.



APPENDIX,
 AB ALEXANDRO
 ANDERSONO
 OPERI SUBNEXA.



VANDO QUIDEM Theoremate tertio Capitis
 sexti, Tractatus prioris de \mathcal{A} equationum Reco-
 gnitione, Cubicarum \mathcal{a} equationum inuerfarum,
 in quibus homogenea adfectionis est sub latere,
 constitutionem, elegantius & (suo more) acu-
 tius, in peculiarem Zeteticorum ad Angulares
 sectiones pertinentium, siluulam, reiecit Autor
 noster: quæ quidem an inter alia eius scripta hic vspiciam lateat, an
 adhuc

*Trans Indos Euryumque virens, mortalibus oras
 Occupet ignotas.*

Nobis nondum constitit; placuit (suadente subtilissimi iudicij
 viro & mihi amicissimo Renato Bouclier Iurifconsulto, tum Ma-
 thematico peritissimo.) hoc admetiri ἐπιμετρον, ex ijs quæ a me ad
 hanc rem demonstrata sunt. quamuis male feriat quidam homi-
 nes, infrugi & insulsi, plagij me insimulare velint, quasi Vietæ
 Theoremata, & demonstrationes, pro meis venditasset: quum ni-
 hil in hoc genere præter nuda & demonstrationibus orba Theore-
 mata, libro octauo variorum, & in Responso ad Problema Adria-
 ni Romani à Vietæ editis, mihi visum sit. quin & omnium illarum

R ij

circulationum, & progressionum rectarum Circuli circumferentiarum ratione Arithmetica subtenfarum, vt firmissima ita & præclarissima fundamenta, Theorematis 4. 5. & 7. mei Tractatus ad Sectiones Angulares, demonstrata, ex quibus Theorematum à Vieta propositorum constat veritas, a me excogitata & primum edita sunt. Loquantur qui Vietâ familiariter vsi sunt, (qui magno meo dispendio mihi nunquam notus.) quibusque aduersariis suis inscripta schediasmata, communicare solitus. Sed talpas istos loquaces non moror, qui in re non adeo iam obscurâ, (nisi Bæoticis fortassis istiusmodi ingenijs.) prorsus cæcutientes, susceptos a me ad publica promouenda studia labores, (ne mihi fortassis cedere videantur) alij adscribere malunt, quam a me profectos probando, ad meliora incitare. at viderint isti Bembices quantum a proposito sibi aberrarint scopo, dum meas lucubrationes, summo, & nunquam satis laudando viro Francisco Vietæ attribuunt, quam inde ampla & opima referam spolia:

Dum culpæ volunt, stulti, in contraria currunt.

Sed sic nō vincitis: imbellis animi est ex alieni nominis iniuriâ sibi laudes quærere, quin potius quā alat æmulatio ingenia, & nunc inuidia nunc admiratio incitationem accendat, agite mecum viri umbratiles, & si quod inde mihi laudis accedit, id vobis detractum putatis, vestris (si quid luce dignum potestis) laboribus, id damni refarcire conemini.

ἐν δὲ πείρᾳ, τέλος διαφαίνεται ὅν τις ἐξ ὁχώτερος γένηται

THEOREMA SYSTATICVM

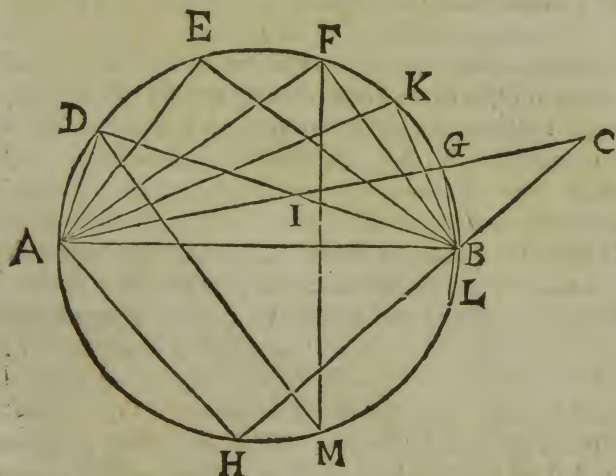
Æqualitatum quarundam Cubicarum adfectarum, in quibus Potestati homogenea est sub latere.

SI fuerint duo Triangula rectangula æqualis Hypotenuse, & angulus acutus subtensus à Perpendicularo primi, sit triplus ad angulum acutum subtensum à Perpendicularo secundi; Cubus ex dupla Base secundi, minus solido sub triplo quadrato Hypotenuse in eandem Basin du-

plam secundi, æquabitur solido sub quadrato Hypotenusæ, in duplam Basin primi.

Rursus : solidum sub quadrato triplo Hypotenusæ, in Basin simplam secundi, cōtractam protractamve longitudine eius rectæ, quæ potest quadrato triplum Perpendiculari eiusdem, minus eiusdem Basis ita contractæ protractæve cubo, æquabitur eidem solido sub quadrato Hypotenusæ communis, in Basin duplam primi.

Sicirculus cuius diameter A B, eique inscribantur vt cunque duo triangu-
la rectangula AFB, A GB, quorum communis hypotenusa erit ipsa dia-
meter: & sit angulus F A B, triplus anguli G A B. primiigitur trianguli basis sit
FA, Perpendicularum FB, (vt in Analyticis constitutum est.) secundi, basis
GA, perpendicularum GB. dico primo; Cubum ex dupla ipsius GA, minus
solido sub triplo quadrato ipsius BA, in duplam ipsius GA, æquari solido
sub quadrato BA, in duplam ipsius FA. quoniam enim peripheria FB, tripla



A G dupla, ad duplam compositam ex AB, A K; igitur A G quadratum qua-
rer, æquabitur aggregato quadrati dupli à diametro, & rectanguli sub diame-
tro AB A K bis.

Iterum : est vt A B ad A G bis, ita A K bis, ad duplam compositam ex A G. A F, ac proinde aggregatum rectangulorum A B in A G bis, A B in A F bis, æquabitur rectangulo quater sub A G, A K. & adhibita in priori æqualitate congrua Antithesi, A G quadratum quater, minus A B quadrato bis, æquabitur A B in A K bis. quare adsumpta communi altitudine A K bis, erit A G quadratum quater, minus A B quadrato bis, ad rectangulum quater sub A G.

R iij

A K. id est ad rectangulum sub A G bis in A K bis, vel ex secundæ æqualitatis Analogismo, ad aggregatum rectangulorum A B in A G bis A B in A F bis, vt A B ad A G 2. est autem & A B quadratum ad A B in A G bis, vt A B ad A G bis: ergo si a similibus similia auferantur, nempe ab A G quadrato quater minus A B quadrato bis, ablato A B quadrato, & ab aggregato A B in A G bis, A B in A F bis, ablato A B in A G bis, relinquentur, illic quidem A G quadratum quater minus A B quadrato ter, hic vero A B in A F bis, quæ inter se erunt vt A B ad A G bis: quare A G cubus octies, siue cubus duplæ ipsius A G minus A B quadrato ter in A G bis, æquabitur A B quadrato in A F bis: quod erat primo loco demonstrandum.

Secundo: à puncto B educatur recta BI, sitque segmentum BI inter B punctum, & rectam A G interceptum, æquale ipsius B G duplæ: occurrat autem ipsa BI producta circumferentiæ circuli in D puncto, & ducatur recta A D, quoniam igitur in triangulo rectangulo G B I, latus BI recto subtensum angulo, duplum est lateris B G, erit angulus G B I duarum tertiarum vnius recti, siue triens duorum rectorum, & latus G I poterit triplum lateris B G, perpendiculari scilicet trianguli A G B. dico igitur solidum sub A B quadrato ter in A I, minus cubo ipsius A I, æquari solido sub A B quadrato in A F bis. est primum circumferentia G D, angulo G B D subtensa, triens totius circularis peripheriæ, est quoque & G B triens peripheriæ B F, quare tota peripheria B D ter, metietur totam peripheriam circulearem & præterea segmentum B F: metiatur, & ducantur subtensæ B D, D M, M F. quoniam igitur B D, D M æquales sunt, & est A D circumferentia quæ relinquitur sublata B D circumferentia ex semicirculo, & M B ea quæ relinquitur sublata dupla ipsius B D ex integro circulo, est igitur M B circumferentia dupla ipsius A D; atqui, ipsi M B circumferentiæ, æqualis est circumferentia F D, (æquales siquidem sunt subtensæ B D, D M, ipsis D M, M F.) quare circumferentia F D, dupla erit ipsius D A. secetur itaque circumferentia F D, bifariam in E, erunt igitur circumferentiæ A D, D E, E F æquales, & circumferentia A F ipsius A D tripla. subtendantur iam rectæ A E, B E. quoniam igitur triangula rectangula G I B, A D I, similia sunt, erit vt B I ad B G, ita A I ad A D, est autem B I dupla ipsius B G, igitur & A I ipsius A D dupla erit est autem ex demonstratis a nobis Theoremate septimo ad Angulares Sectiones, vt semidiameter ad ipsam A D, id est vt diameter A B ad ipsam A I, ita A D ad A B minus B E, quare A B quadratum minus A B in B E, æquabitur A I in A D, hoc est A I quadrati semissi: & adhibita congruâ metathesi, A B quadratum minus A I quadrati semisse, æquabitur A B in B E. iterum ex eisdem est, vt A B ad A I ita B E ad A F minus A D, rectangulum igitur A B in A F minus A B in A D, æquabitur A I in B E, ergo eadem ad sumpta altitudine B E, erit vt A B ad A I, ita A B quadratum minus A I quadrati semisse, ad A I in B E, id est ex secundæ æqualitatis Analogismo, ad A B in A F minus A B in A D: & omnibus duplaris, A B quadratum bis ter minus A I quadrato erit ad A B in A F. bis minus A B in A D bis, vt A B ad A I.

Est quoque ut AB ad AI , ita AB quadratum ad AB in AI , vel AB in AD bis: quare si similibus, similia addantur, erit AB quadratum ter minus AI quadrato, ad AB in AF bis, ut AB ad AI ; ac proinde AB quadratum ter in AI , minus AI cubo, æquabitur AB quadrato in AF bis: quod erat secundo loco ostendendum.

Tertio: protrahatur ipsa AG quantum satis in C , & fiat BC dupla ipsius BG , quare quum rectangulum sit triangulum BGC , & latus BC recto subtensum angulo, duplum ipsius BG lateris alterius circa rectum, poterit GC quadrato triplum lateris BG , perpendiculari scilicet trianguli AGB . dico rursus, solidum triplum sub AB quadrato in AC , minus Cubo ipsius AC , æquari solido sub AB quadrato & dupla ipsius AF . protrahatur enim CB donec iterum circumferentiam secet in H , & ducatur AH , quoniam itaque angulus ABH exterior trianguli ABC , æquatur duobus interioribus oppositis CAB , ACB , est autem ACB tertia pars unius recti, siue semiperipheria, (quandoquidem in triangulo rectangulo GCB , latus CB oppositum recto, statuitur duplum lateris BG circa rectum.) & angulus BAC tertia pars est ipsius anguli BAF , seu peripheriæ BF , erit angulus ABH , siue peripheria AH tertia pars peripheriæ AHF . & quoniam triangula CHA , AGB similia sunt, erit CA ad AH , ut CB ad BG , est autem CB dupla ipsius BG , quare CA ipsius AH dupla quoque erit. secetur iam peripheria HF bifariam in L . & ducatur recta BL . erunt segmenta AH , HL , LF æqualia, igitur ex demonstrati à nobis sæpius citato Theoremate, erit ut semidiameter ad AH , id est AB ad AC , ita AH ipsius AC semissis ad BA minus BL . quare AB quadratum minus AB in BL , æquabitur rectangulo AC in AH , id est AC quadrati semissi. rursus ex eodem Theoremate, ut AB ad AC , ita BL ad AF minus AH , & rectangulum AB in AF minus AB in AH , æquale erit rectangulo AC in BL . & adhibita congrua metatthesi in priore æqualitate, AB quadratum minus AC quadrati semisse æquabitur AB in BL . ergo ad sumpta communia litudine BL , erit AB quadratum minus AC quadrati semisse, ad AC in BL , id est ex posterioris æqualitatis Analogismo, ad AB in AF minus AB in AH , ut AB ad AC . & omnibus duplatis, erit AB quadratum bis minus AC quadrato, ad AB in AF bis, minus AB in AH bis, ut AB ad AC . est quoque AB quadratum, ad AB in AC , vel AB in AH bis, ut AB ad AC , quare similibus, si addantur similia, erit AB quadratum ter minus AC quadrato, ad AB in AF bis, ut AB ad AC : solidum ergo sub AB quadrato ter in AC , minus AC cubo, æquale erit solido sub AB quadrato in AF bis: quod erat tertio & ultimo loco ostendendum.

Atque hinc constat lex ab Autore eiusmodi æqualitatum constitutioni appositæ: est enim AB diameter, inscriptarum maxima.

PRIVILEGII SENTENTIA.

CAutum est Autoritate Regiâ, ne quis præter consensum & voluntatem Alexandri Anderfoni, opus hoc Francisci Vietæ de Recognitione & Emendatione Æquationum, in hoc Francorum Regno, ante sexennium ab Epochâ currentis anni, & diei infra scripti Imprimat, neuè alibi Impressum diuendat: idque omnibus clarum, notum, ac Indictum habeatur, ac si Regium diploma, appenso sigillo confirmatum, ipsi operi adfigatur. Secus qui faxit, librorum omnium multâ pœnas pendito, & dictum Anderfonum Impensis quibuscunque & iacturis, indemnem reddito. Datum Parisijs, decimo septimo Iunij, Anno millesimo sex-centesimo decimo quinto. Regni vero Christianissimi Galliarum & Nauarræ Regis, Ludouici eius nominis decimi tertij, sexto.

Subsignatum Regio Consensu.

Et Secretarij Regij Autographo sic subscriptum.

LVCAS.



A D

MATHESEOS STVDIOSOS.

RESTITVTAM Mathematicam Analysin, Præceptori Francisco Vietae debetis φιλομαθεις, quam suis regulis & præceptis suo modo concinnatam, in varia digessit opuscula, quorum quidem nomenclaturam Isagogicis præmissam cernitis. Sed quædam siue præcepti & immaturo Autoris fato (nobis certè iniquissimo) non dum absoluta, vel perpolita, vel etiam (vt erat Authoris ingenium.) inchoata, (qui quidem pro singulari quâ pollebat animi sagacitate, multa apud se præmeditata, debitoque ordine mente digesta, sed nondum scriptis consignata, ob grauiora fortassis quæ pro Republica incumbabant munia, suis nominibus tanquam confecta insignire solebat.) vel alicubi etiamnum latentia, nostras nondum manus attingere. Hæc autem, quorum iam vobis copia conceditur, licet exactissimam Autoris limam nondum haud dubiè passa, à tanto tamen viro etiam vel ruditer procusa, toti Mathematicorum scholæ vltissima, & vt nihil in hoc genere simile aut secundum hactenus visum, gratissima, diutius ab eruditorum hominum conspectu, in latebris delitescere, scelus publico dig-

ẽ

Pag. 85. Theor. 5. post verba, quoniam enim &c. equatur Z solido. subiunge
relicta. et rursus B planum in D . — D cub. equatur Z solido.

Pag. 89. pro $1 C + 3 Q$. equabitur 130. lege $1 C$. &c. equabitur 1300.

Pag. 90. sub linea diuidantur omnia. restituantur fractio $\frac{8}{4} N$.

Pag. 98. Theor. 2. ad probl. 2. hæc verba exemplaris, ex applicatione qua-
drati aggregati laterum, minus triplo rectangulo sub lateribus, ad rectangulum
sub lateribus. ita mutauimus ex applicatione cubi a D plano, ad differentiam
quadruplam quadratorum a D & B .

Pag. 99. lin. 15. pro fit $1 N$ 16. lege. fit $1 N$ 6.

Ibidem. Theor. 3. proximè sequenti, hæc prorsus deerant in exemplari.
& fit Z plano planum ex applicatione cubi a D plano, ad aggregatum quadru-
plum quadratorum a D & B .

Pag. 105. linea vltima, pro G plano 4. lege G pl.

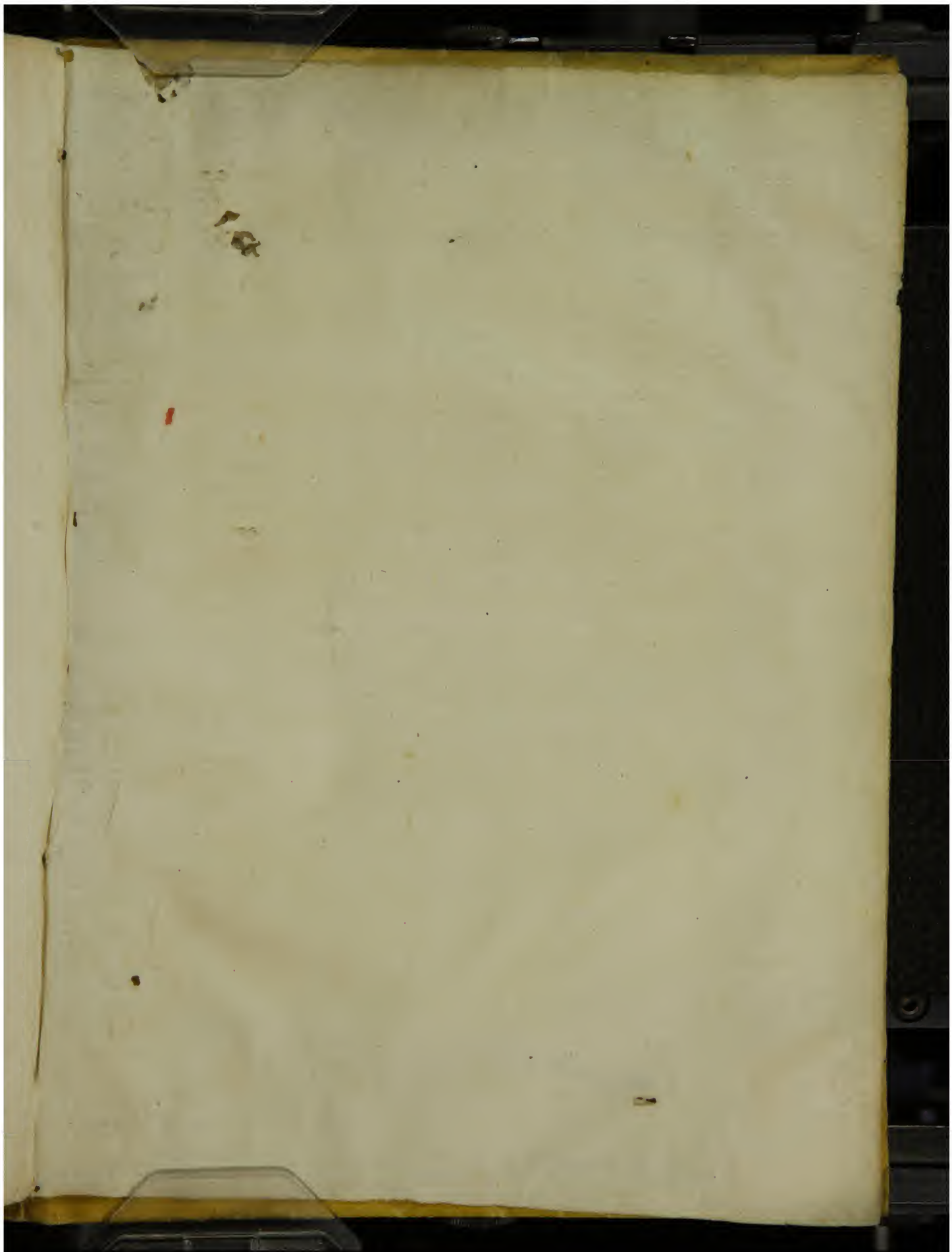
Pag. 112. inter lineas quoniam & igitur. in exemplis Arithmetice Conse-
ctarij interseratur. & 378 — 351 est 27, cubus a latere 3.

Pag. 121. sub linea *Ductis omnibus*. in secunda æqualitatis parte lege
 $+ D$ in B — B cub. 2.

Pag. 129. prop. 3. prioris æquationis partis fini adijciatur — Aq .

Ibidem in notis Arithmetice pro 16 C . lege 10 C .

De his aliisque penes lectorem iudicium esto.



005643965